

POMIAR DYFUZYJNOŚCI CIEPLNEJ METODĄ CHWILOWEGO ŹRÓDŁA CIEPŁA

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie dyfuzyjności cieplnej a wybranych materiałów izolacyjnych metodą chwilowego źródła ciepła. Metoda ta pozwala również na wyznaczenie przewodności cieplnej λ oraz ciepła właściwego c przy znanej gęstości ρ badanego materiału.

1. WSTĘP

Dyfuzyjność cieplna a [m^2/s] jest zdefiniowana jako

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (1)$$

gdzie λ [$W/(m \cdot K)$] przewodność cieplna,
 ρ [kg/m^3] gęstość materiału
 c_p [$J/(kg \cdot K)$] ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu.

Wzór (1) wynika z równania nieustalonego przewodzenia ciepła zapisanego dla nieruchomego ciała stałego o stałej przewodności cieplnej λ

$$\rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (\lambda \cdot \text{grad} T), \quad (\lambda = \text{idem}) \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \text{div} (\text{grad} T), \quad a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (2)$$

Przewodność cieplna λ określa zdolność ciała do przewodzenia ciepła w warunkach ustalonej wymiany ciepła. Dyfuzyjność cieplna jest odpowiednikiem przewodności cieplnej ciała w warunkach nieustalonej wymiany ciepła.

2. FIZYCZNE PODSTAWY PRZEWODZENIA CIEPŁA W CIAŁACH STAŁYCH.

Przewodzenie ciepła w ciałach stałych ma miejsce tylko wtedy gdy temperatura rozpatrywanego ciała nie jest wyrównana. Wówczas zgodnie z prawem Fouriera, w pierwszym przybliżeniu, gęstość przewodzonego strumienia ciepła jest proporcjonalna do gradientu temperatury w kierunku prostopadłym do powierzchni izotermicznej, co zapisujemy

$$\bar{q} = -\lambda \nabla T \quad (3)$$

Współczynnik λ zwany współczynnikiem przewodzenia ciepła lub przewodnością cieplną ma wymiar [$W/(m \cdot K)$] i określa zdolność ciała do przewodzenia ciepła w warunkach ustalonej wymiany ciepła. Zakres zmian wartości λ wynosi od przykładowo $0,0028 W/(m \cdot K)$ dla węgla tytanu aż do około $430 W/(m \cdot K)$ dla czystego srebra. W przypadku ceramiki tlenkowej KALOCER o gęstości $\rho = 3600 kg/m^3$ stosowanej w urządzeniach, gdzie występują ekstremalne warunki ścierne i temperaturowe, jej przewodność cieplna zawiera się w granicach od $14 W/(m \cdot K)$ do około $21 W/(m \cdot K)$.

Przewodzenie ciepła w ciałach stałych nie zachodzi w ten sposób, że energia wyprowadzona z jednej części ciała przemieszcza się prostoliniowo do innej części tego ciała. W takim przypadku strumień przewodzonego ciepła q musiałby zależeć tylko od różnicy temperatury ΔT między jego końcami i to bez względu na długość rozpatrywanego ciała. Strumień ciepła zależy od gradientu temperatury więc nośniki energii dyfundują przez to ciało ulegając po drodze licznym zderzeniom o charakterze przypadkowym. To oznacza, że proces przewodzenia ciepła ma charakter stochastyczny.

Przewodzenie ciepła w metalach jest spowodowane głównie ruchem swobodnych elektronów, a w znacznie mniejszym stopniu drganiami sieci krystalicznej wokół położenia równowagi, których kwanty energii nazywamy fononami. W tym przypadku przewodność cieplną λ można traktować jako addytywną sumę jej składowej elektronowej λ_e oraz fononowej λ_f .

$$\lambda = \lambda_e + \lambda_f \quad (4)$$

Przewodność cieplna czystych metali zależy głównie od technologii ich otrzymywania (jak dużo znajduje się zanieczyszczeń) oraz od obróbki termicznej decydującej o strukturze metalu. Zależność przewodności cieplnej od temperatury w przypadku metali oraz ich stopów dana jest w postaci ogólnej [1]

$$\lambda = \lambda_e + \lambda_f = \left(\frac{T}{BT^m + C} \right) + \left(\frac{1}{DT + E} + FT \right) \quad (5)$$

Zależność (5) uwzględnia wyniki badań eksperymentalnych oraz badań teoretycznych tej grupy ciał. Drugi nawias wyrażenia (5) dotyczy fononowej składowej przewodności cieplnej i uwzględnia ograniczenia drogi swobodnej fononów w wyniku rozpraszania ich przez fonony, elektrony, defekty sieci krystalicznej i domieszki.

W przypadku półprzewodników o bardzo dużej oporności elektrycznej i dielektryków ich przewodność cieplna jest zdominowana przez mechanizm fononowy. Przyjmuje się, że fonony zderzają się tak jak cząsteczki gazu doskonałego i wówczas ma zastosowanie elementarna teoria kinetyczna, na podstawie której uzyskuje się

$$\lambda_f = \frac{1}{3} \rho c_v w l \quad (6)$$

gdzie: l - średnia droga swobodna fononu,

w – prędkość fononów, czyli lokalną prędkość dźwięku,

c_v - ciepło właściwe przy stałej objętości

ρ - oznacza gęstość materiałową.

Przykładowo dla kwarcu umieszczonego równolegle do osi optycznej znajdującego się w temperaturze 273,15 K, po podstawieniu do wzoru (6) następujących wartości liczbowych [2]:

$$(\rho c_v) = 0,48 \cdot 4,19 \cdot 10^6 \text{ [J/(m}^3 \cdot \text{K)]} = 2,0112 \cdot 10^6 \text{ [J/(m}^3 \cdot \text{K)]}, \quad w = 5 \cdot 10^3 \text{ m/s}, \quad l = 40 \text{ \AA}$$

otrzymujemy

$$\lambda_f = \frac{1}{3} 2,0112 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-10} = 13,408 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \quad (7)$$

Uzyskana wartość liczbową przewodności cieplnej kwarcu w temperaturze 273,15 K jest zgodna z wynikami pracy zamieszczonymi w [3].

3. OPIS METODY ODWROTNEJ WYZNACZANIA PRZEWODNOŚCI CIEPLNEJ, DYFUZYJNOŚCI CIEPLNEJ I OBJĘTOŚCIOWEJ POJEMNOŚCI CIEPLNEJ

Przewodność cieplna λ często jest wyznaczana metodą stanu ustalonego w oparciu o aparat płytowy Poensgena bądź jego modyfikacje. Zasadniczą wadą tej metody jest stosunkowo długi czas, wynoszący kilka godzin, niezbędny do zapewnienia warunków ustalonej wymiany ciepła w badanej próbce. W ćwiczeniu laboratoryjnym proponuje się wykorzystanie innej metody należącej do grupy metod znanych w literaturze pod nazwą "pulse methods". Problem pomiaru

dyfuzyjności cieplnej sprowadza się do wytworzenia chwilowego źródła ciepła na powierzchni próbki i rejestracji w czasie zmian nadwyżki temperatury na jej tylnej powierzchni. W metodzie tej przyjmuje się model nieustalonego przewodzenia ciepła w ośrodku pół-nieskończonym w postaci:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \quad (8a)$$

$$T(x,0) = T_0 \quad (8b)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = q_0 \delta(t-0) \quad (8c)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} T(x,t) = T_0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (8d)$$

gdzie: $\delta(t)$ [1/s] - pseudo-funkcja delta Diraca,

q_0 [J/m²] - gęstość powierzchniowa energii impulsu cieplnego.

Do rozwiązania problemu początkowo-brzegowego (8) najwygodniej jest zastosować przekształcenie całkowe Laplace'a ze względu na pół-nieskończoność rozpatrywanego obszaru. Pamiętając, że

$$L\left[\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}\right] = s^1 \cdot \bar{T} - s^0 \cdot T(x,0+) = s\bar{T} - T_0 \quad (9a)$$

$$L\left[\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}\right] = \frac{d^2 \bar{T}(x,s)}{dx^2}, \quad L\left[\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\right] = \frac{d\bar{T}(x,s)}{dx}, \quad L[\delta(t)] = 1, \quad L[T_0] = \frac{T_0}{s} \quad (9b)$$

otrzymuje się

$$s\bar{T}(x,s) - T_0 = a \frac{d^2 \bar{T}(x,s)}{dx^2} \quad (10a)$$

$$\bar{T}(x,0) = T_0 / s \quad (10b)$$

$$-\lambda \frac{d\bar{T}(0,s)}{dx} = q_0 \quad (10c)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{T}(x,s) = T_0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{d\bar{T}(x,s)}{dx} = 0 \quad (10d)$$

Rozwiązanie ogólne równania (10a) ma postać:

$$\bar{T}(x,s) = T_0 / s + C_1 \exp(-\sqrt{(s/a)} \cdot x) + C_2 \exp(\sqrt{(s/a)} \cdot x) \quad (11)$$

z którego widać, że stała $C_2 = 0$ ze względu na warunek (10d). Stałą C_1 możemy wyznaczyć korzystając z warunku brzegowego (10c) co w rezultacie daje

$$-\lambda \cdot (-C_1 \sqrt{(s/a)} \exp(-\sqrt{(s/a)} \cdot 0)) = q_0 \Rightarrow C_1 = \frac{q_0}{\lambda} \sqrt{\frac{a}{s}} \quad (12)$$

skąd otrzymujemy rozwiązanie w dziedzinie obrazu postaci

$$\bar{T}(x,s) = T_0 / s + \frac{q_0}{\lambda} \sqrt{\frac{a}{s}} \exp(-\sqrt{(s/a)} \cdot x) \quad (13)$$

Aby przejść do postaci rozwiązania w dziedzinie oryginału funkcji $T(x, t)$ należy wykonać odwrotne przekształcenie Laplace'a. Korzystając z tablicy przekształceń Laplace'a zamieszczonej w [1] znajdujemy

$$L^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{s}}\exp(-A\sqrt{s})\right] (A \geq 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot t}} \exp\left(-\frac{A^2}{4t}\right) \quad (14)$$

Po wykonaniu podstawienia $A = x \cdot a^{1/2}$ do (14) uzyskujemy szukane rozwiązanie

$$T(x, t) = T_0 + \frac{q_0 \sqrt{a}}{\lambda \sqrt{\pi \cdot t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a \cdot t}\right) \quad (15)$$

Jeżeli próbka ma kształt walca o grubości h i pomiar temperatury odbywa się na jej tylnej powierzchni w jej osi symetrii, to modelowa odpowiedź termiczna układu na wymuszenie impulsowe ma postać:

$$T(h, t) = T_0 + \frac{q_0 \sqrt{a}}{\lambda \sqrt{\pi \cdot t}} \exp\left(-\frac{h^2}{4a \cdot t}\right) \quad (16)$$

Funkcja $T(h, t)$ zdefiniowana w (16) powinna przyjmować maksimum T_m dla pewnego czasu $t = t_m$. Po początkowym wzroście temperatury próbki, wynikającym z dostarczenia do niej ciepła, musi nastąpić spadek jej wartości wynikający z zachodzącego procesu dochodzenia układu do stanu równowagi z otoczeniem (chłodzenie).

Przyrównując pierwszą pochodną funkcji (16) do zera otrzymujemy po prostych przekształceniach warunek

$$\frac{1}{2t_m} = \frac{h^2}{4at_m^2} \quad (17a)$$

skąd można wyznaczyć nieznaną dyfuzyjność cieplną a materiału próbki jako

$$a = \frac{h^2}{2t_m} \quad (17b)$$

Po podstawieniu (17b) do (16) i przyjęciu oznaczenia

$$T_m = T(h, t_m) - T_0 \quad (18)$$

dostajemy poszukiwaną przewodność cieplną λ w postaci

$$\lambda = \frac{q_0 h}{\sqrt{2\pi \cdot \exp(1)} \cdot t_m \cdot T_m} \quad (19)$$

Mając wyznaczoną przewodność cieplną λ z zależności (19) i dyfuzyjność cieplną a z zależności (17b) można teraz wyznaczyć objętościową pojemność cieplną $\rho \cdot c_p$. Korzystając ze związku

$\lambda = \rho \cdot a \cdot c_p$, w rezultacie po podstawieniach otrzymuje się

$$\rho \cdot c_p = \frac{2q_0}{\sqrt{2\pi \cdot \exp(1)} \cdot h \cdot T_m} \quad (20)$$

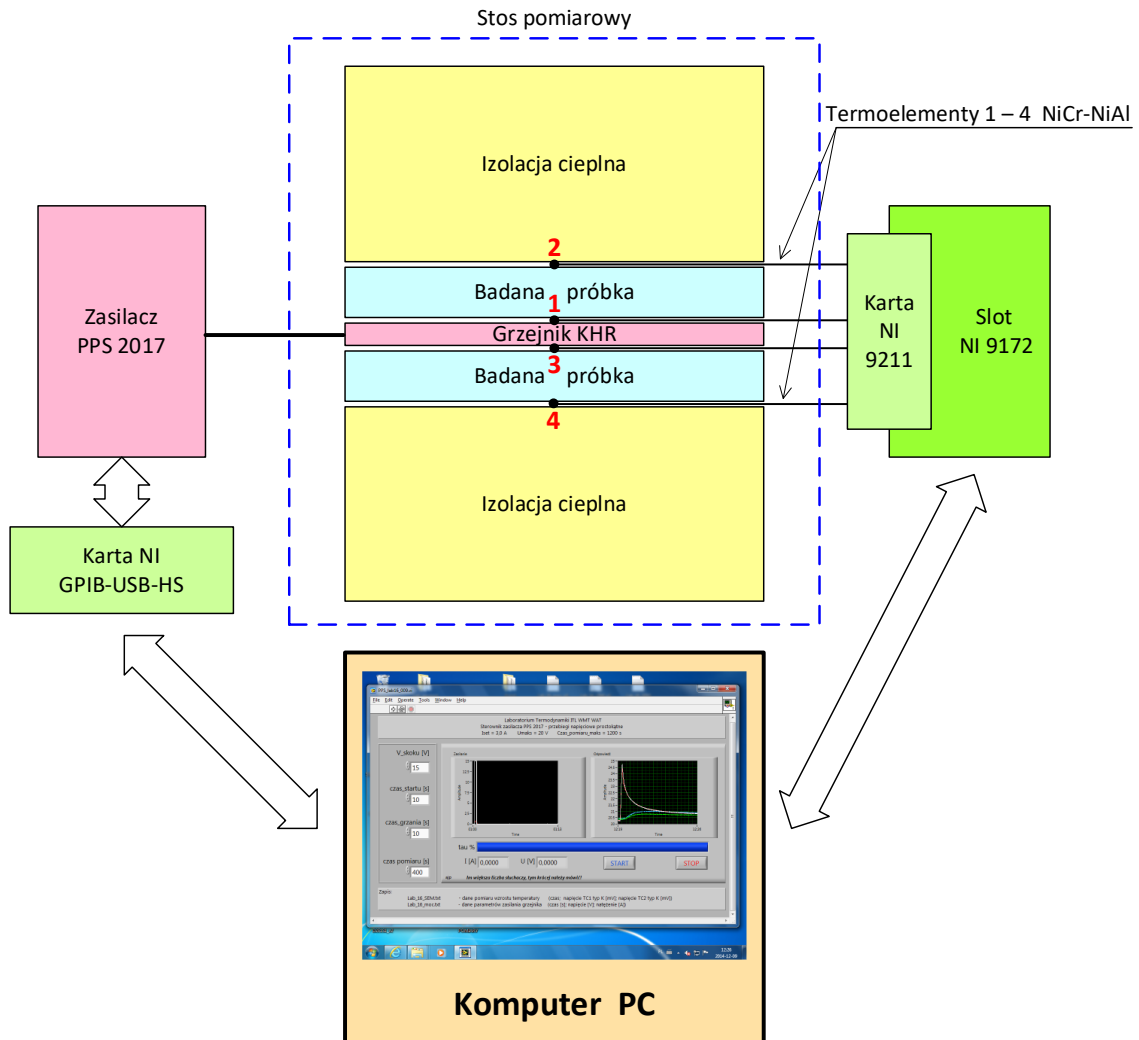
Uwaga: we wzorach (19)-(20) gęstość powierzchniową energii impulsu q_0 należy przyjąć równą

$$q_0 = \frac{1}{2} \frac{U \cdot I \cdot t_0}{A} \quad (21)$$

gdzie $A = \pi(\phi_g)^2/4$

4. OPIS UKŁADU POMIAROWEGO ZASTOSOWANEGO DO BADAŃ

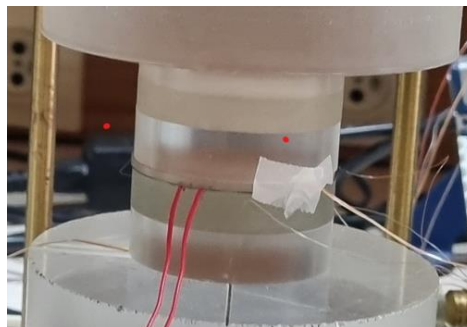
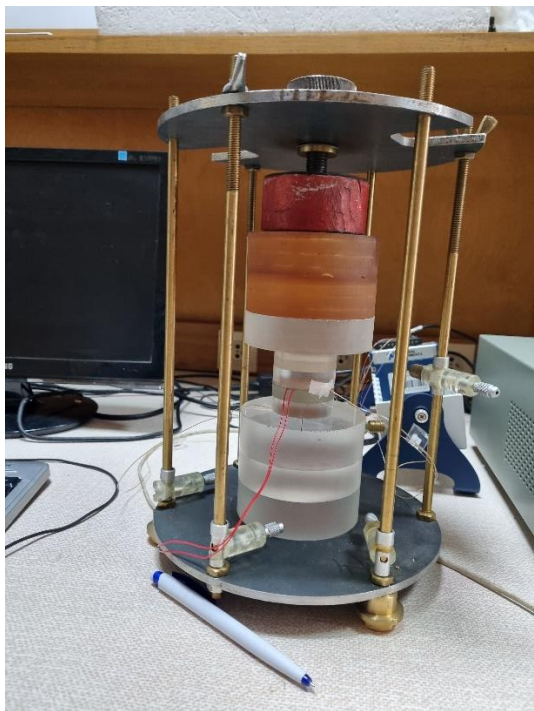
Schemat układu pomiarowego stosowanego w ćwiczeniu laboratoryjnym przedstawia rysunek 1.



Rys.1. Schemat układu pomiarowego stosowanego w ćwiczeniu laboratoryjnym

Centralna część stosu pomiarowy (rys.2) składa się z dwóch jednakowych próbek w kształcie walca o średnicy $\phi = 50$ mm i grubości $h = 10$ mm, położonych symetrycznie po obu stronach grzejnika cienkowarstwowego KHR 8/10 firmy OMEGA o grubości $h_g = 0,2$ mm i efektywnej średnicy $\phi_g = 49$ mm.

Badane próbki obłożone są warstwą izolacji pełniącej zarazem rolę docisku w celu zapewnienia lepszego kontaktu cieplnego pomiędzy powierzchnią próbki i grzejnika. Pomiar temperatury na powierzchni tylnej próbki dokonywany jest za pomocą termoelementu płaszczykowego typu K (chromel-alumel NiCr-NiAl) o średnicy zewnętrznej płaszcza $\phi_t = 0,50$ mm poprowadzonym w cienkim rowku o grubości 0,5 mm wzdłuż średnicy, przy czym gorąca spoina znajduje się w osi symetrii próbki.



Rys. 2. Widok stosu pomiarowego do badania właściwości próbek materiału z założonymi próbkami o średnicy 50mm i z grzejnikiem KHR. Widoczne są dwie próbki badanego materiału, doprowadzenie zasilania do grzejnika oraz kolejne warstwy izolacji termicznej. Całość stosu jest ściśnięta jarzmem polepszającym przyleganie próbek do grzejnika.

Grzejnik KHR zasilany jest prądem stałym, o zadanym napięciu U i czasie trwania t_0 , z zasilacza PPS 2017 sterowanego za pomocą komputera PC poprzez dodatkową kartę NI GPIB-USB-HS.

Wartość napięcia i prądu zasilającego grzejnik jest mierzona w zasilaczu i przekazywana za pomocą karty NI GPIB-USB-HS podłączonej do komputera PC. Napięcie termoelektryczne z termoelementu jest mierzone za pomocą karty termoparowej NI 9211. Karta pomiarowa pozwala na jednoczesny pomiar napięcia termoelektrycznego w czterech kanałach wejściowych co 1 sekundę. Karta NI 9211 jest osadzona w slotie 8-kanałowym NI 9172 podłączonym do PC. Widok slotu NI 9172 z ośmioma portami do montażu kart pomiarowych pokazano na rysunku 3.a.



Rys. 3. a) Widok slotu NI 9172 z kartą termoparową NI 9211. b) Widok zespołu NI SCXI1100 z kartą termoparową NI 1600 i modulem do podłączenia 8 termopar.

W porcie nr 2 tego slotu jest wstawiona karta termoparowa NI 9211. Widoczne są termopary dołączone do panelu wejściowego karty. Przyrząd NI SCXI 1100 może być użyty

zamiennie do pomiarów temperatury. Pozwala on na pomiar ośmiu temperatur z krokiem co 0,1 sekundy. Umożliwia to znacznie dokładniejsze wyznaczenie czasu osiągnięcia maksimum temperatury na powierzchniach tylnych próbek. Widok zespołu NI SCXI 1100 z kartą termoparową NI SCXI 1600 pokazano na rysunku 3.b. Całym procesem pomiaru steruje specjalnie opracowany przyrząd wirtualny napisany z wykorzystaniem oprogramowania LabView. Ogólny widok stanowiska laboratoryjnego jest przedstawiony na rysunku 4.



Rys.4 Widok ogólny laboratoryjnego stanowiska badawczego

Zmierzone w trakcie pomiarów wartości są zapisywane w dwóch zbiorach tekstowych, oddzielnie dla napięcia i prądu zasilającego grzejnik oraz oddzielnie dla napięć termoelektrycznych z termoelementów 1-4. Zbiory wynikowe są zapisywane w katalogu *Lab_16_Wyniki* na dysku C: komputera.

Eksperyment jest podzielony na dwa etapy. Po wgraniu programu *PPS_lab16.exe* (ikona na ekranie startowym komputera) na ekranie pojawia się panel pomiarowy przyrządu wirtualnego. Rysunek 5 przedstawia widok panelu przyrządu wyświetlony na ekranie komputera.

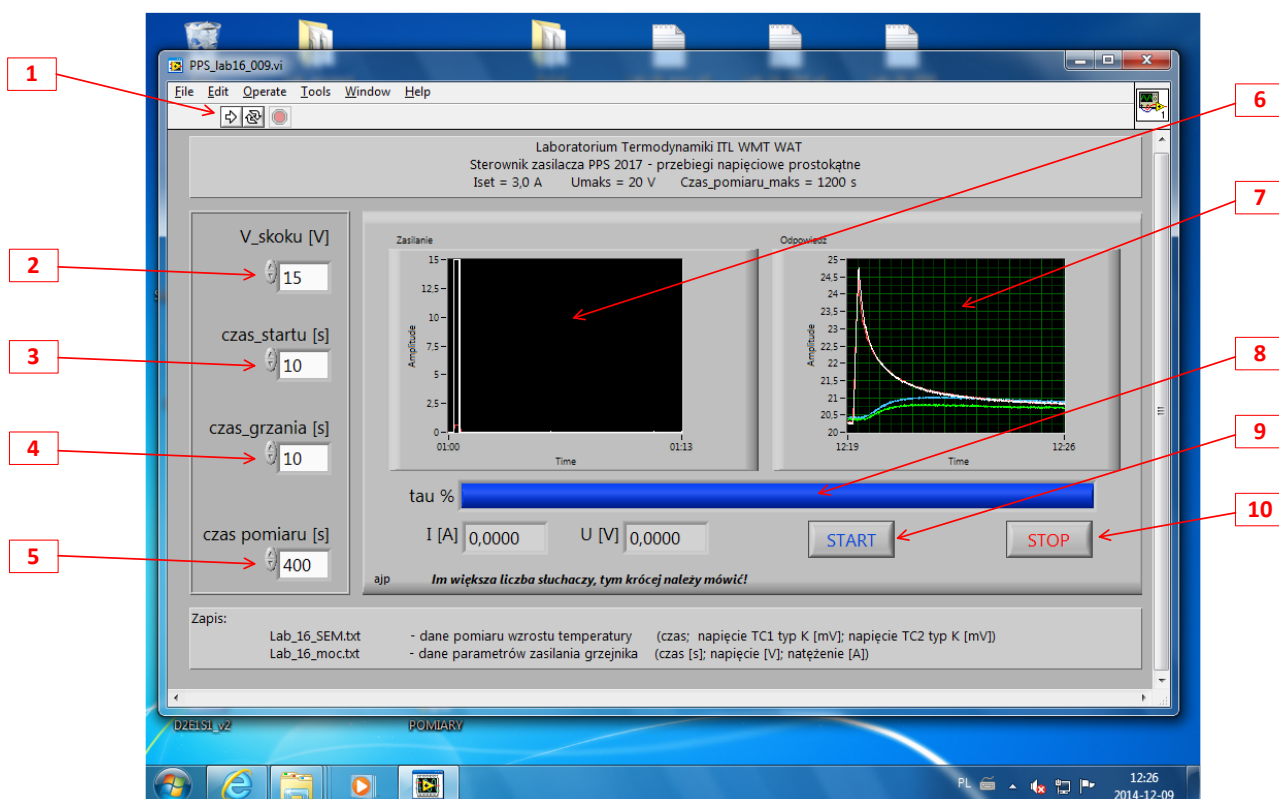
Na panelu przyrządu należy wcisnąć przycisk oznaczony cyfrą (1) uruchamiający działanie programu przyrządu wirtualnego. Po uruchomieniu programu, w pierwszym etapie przed rozpoczęciem pomiarów – należy ustawić wartości parametrów pomiarów w oknach oznaczonych cyframi od (2) do (5) na rysunku 5. Wartości liczbowe zadawanych wielkości zostaną podane przez Wykładowcę. Należy wprowadzić dane liczbowe dla:

Okno 2 – V skoku [V] - wartość napięcia wymuszającego impulsu prostokątnego U , w woltach,

Okno 3 – czas startu [s] – liczba sekund t_s od startu pomiarów do początku impulsu wymuszającego, w sekundach,

Okno 4 – czas grzania [s] – czas trwania t_0 impulsu wymuszającego, w sekundach,

Okno 5 – czas pomiaru [s] – całkowity czas pomiarów od startu do zakończenia zapisu pomiarów, w sekundach.

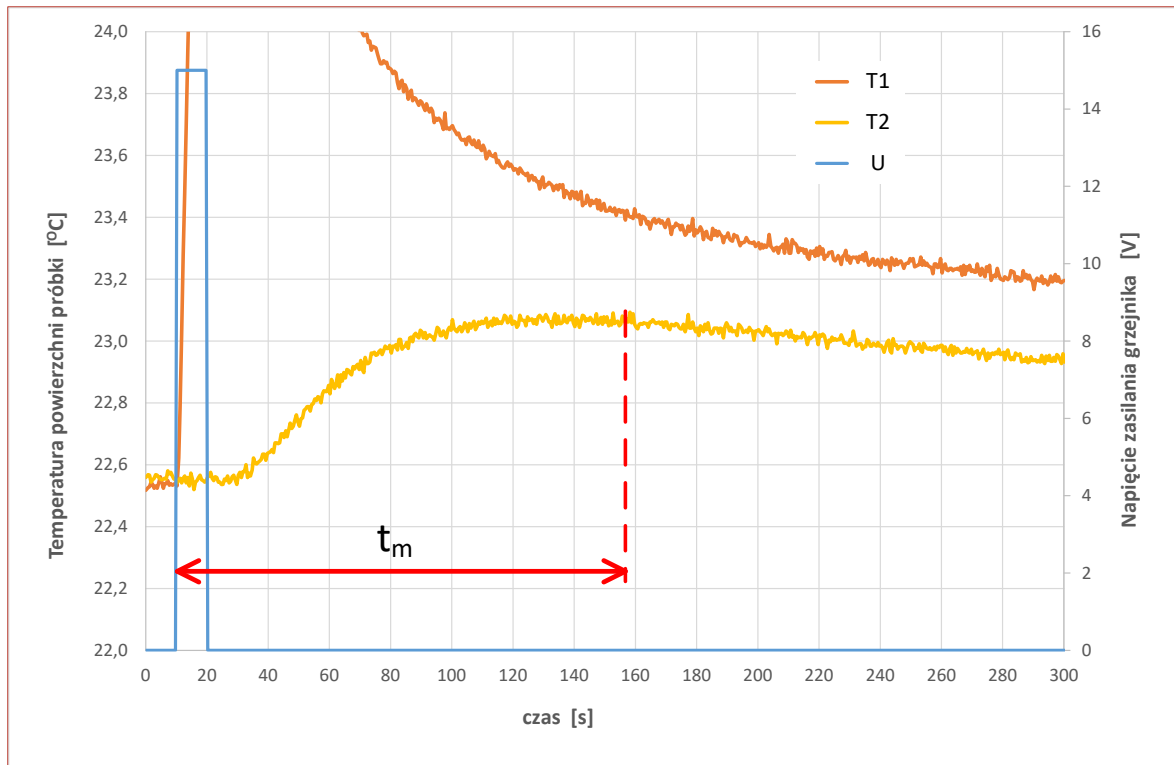


Rys.5. Widok panelu przyrządu wirtualnego wyświetlony na ekranie komputera PC.

Po wpisaniu wartości liczbowych w okna (2) – (5) należy nacisnąć przycisk START oznaczony cyfrą (9) na rysunku 5. Równocześnie z zapisem mierzonych wielkości, rozpoczyna się wizualizacja przebiegów ich zmian w oknach-oscyloskopach przyrządu oznaczonych cyframi jako (6) i (7). W oknie (6) jest wyświetlany przebieg zmiany napięcia zasilania grzejnika a w oknie (7) widać przebiegi zmian czterech temperatur mierzonych na powierzchniach obu badanych próbek. W trakcie pomiaru okno (8), początkowo szare, jest stopniowo wypełniane słupkiem koloru niebieskiego sygnalizując niezakłócony przebieg procesu. Proces pomiaru kończy się automatycznie po upływie zadanego czasu trwania (okno (5)). Proces ten można również zakończyć ręcznie wciskając przycisk STOP oznaczony jako (10). Rysunek 5 przedstawia widok przyrządu wirtualnego po zakończeniu pomiarów z przebiegami mierzonych wielkości w oknach-oscyloskopach.

W wyniku pomiarów uzyskuje się zbiór **Lab_16_moc** z wartościami prądu i napięcia zasilającego grzejnik oraz zbiór **Lab_16_SEM** zmierzonych wartości napięć termoelektrycznych w czterech kanałach pomiarowych. Wartości napięć termoelektrycznych należy przeliczyć na wartości temperatury korzystając z charakterystyki temperaturowej termoelementu NiCr – NiAl.

Na rysunku 6 przedstawiono przykładowy przebieg zmiany napięcia zasilania U grzejnika oraz temperatury przedniej T_1 i tylnej ścianki próbki T_2 . Oznaczono na nim sposób wyznaczenia czasu t_m wystąpienia maksimum przebiegu zmian temperatury.



Rys.6. Przykładowy przebieg zmiany napięcia zasilania U grzejnika i temperatury przedniej T_1 i tylnej ścianki próbki T_2

Korzystając ze wzorów (17b), (19) i (20) wyznaczyć odpowiednio:

- dyfuzyjność cieplną a [m^2/s] - (17b)
- przewodność cieplną λ [$\text{W}/\text{m}/\text{K}$] – (19)
- ciepło właściwe c_p [$\text{J}/\text{kg}/\text{K}$] – (20), przyjmując, że gęstość materiału badanej próbki ρ wynosi $\rho = 1182$ [kg/m^3]

Sprawozdanie:

W sprawozdaniu należy zamieścić:

- wykres (Excel) napięcia zasilającego grzejnik oraz przebiegu temperatury na powierzchni badanej próbki T_2 i/lub T_4 od strony izolacji cieplnej (jak na rys.6),
- obliczenia wartości dyfuzyjności cieplnej a , przewodności cieplnej λ , objętościowej pojemności cieplnej $\rho \cdot c_p$ i ciepła właściwego c_p .
- dyskusję błędów uzyskanych wyników.

LITERATURA

- [1] Wiśniewski S.: Wymiana ciepła, PWN Warszawa 1979.
- [2] Kittel C.: Wstęp do fizyki ciała stałego, PWN Warszawa 1970.
- [3] Yoon Y., Car R., Srolovitz D.J., Scandolo S.: *Thermal conductivity of crystalline quartz from classical simulations*, PHYSICAL REVIEW B **70**, 012302 (2004).