WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA
im. Jarosława Dąbrowskiego

Modelowanie kombinacyjnych układów przełączających z wykorzystaniem elementów pneumatycznych i elektrycznych

Podstawy Automatyki i Automatyzacji - Ćwiczenia Laboratoryjne

mgr inż. Bartosz Brzozowski

Warszawa 2017

1 Cel ćwiczenia laboratoryjnego

Celem ćwiczenia jest zapoznanie studentów z podstawowymi zasadami modelowania i syntezy kombinacyjnych układów przełączających z wykorzystaniem elementów pneumatycznych i elektrycznych. Przedmiotem ćwiczenia jest szczegółowa analiza konstrukcyjna pneumatycznych i elektrycznych elementów automatyki, ważniejszych funkcji przełączających oraz sposoby opisu układów kombinacyjnych i minimalizacja funkcji przełączających. Zadana funkcja przełączająca zostanie zrealizowana z użyciem elementów i układów sterowania pneumatycznego i elektrycznego.

2 Wymagania wstępne

Przed przystąpieniem do ćwiczenia student powinien znać definicje, rodzaje realizacji i metody minimalizacji funkcji przełączających oraz sposoby opisu układów kombinacyjnych, Należy zapoznać się z treścią niniejszej instrukcji i wszystkich jej załączników oraz przygotować protokół pomiarowy zgody z załączonym wzorem. **Każda osoba przystępująca do ćwiczenia musi posiadać przygotowany (wydrukowany) protokół.**

2.1 Pojęcia podstawowe

System dwójkowy (binarny) jest sposobem zapisu liczb którego podstawą jest liczba 2. Zapis dokonuje się za pomocą symboli *„0”* i *„1”*. Ogólny zapis liczb w systemie binarnym opisuje zależność:

$$L_2 = \sum_{i=n-1}^{0} b_i \cdot 2^i \text{ , gdzie } b_i \in \{0, 1\}$$

Jeśli zmiennej b_i przypiszemy *„1”*, a zmiennej $\overline{b_i}$ przypiszemy *„0”*, to w prosty sposób uzyskuje się reprezentację binarną.

Układ przełączający - układ automatycznej regulacji w którym sterowanie odbywa się na zasadzie załączania lub wyłączania odpowiednich urządzeń procesu w odpowiedniej kolejności (sekwencji), a rolę regulatora pełni najczęściej układ logiczny. Rozróżnia się dwie grupy układów: kombinacyjne i sekwencyjne. Układy kombinacyjne to takie, w których stan sygnałów wyjściowych w danej chwili zależy tylko od stanu sygnałów wejściowych w danej chwili. Układy sekwencyjne to takie, w których stan sygnałów wyjściowych w danej chwili zależy od stanu sygnałów wejściowych w danej chwili oraz od stanu sygnałów wyjściowych w chwili poprzedniej. Elementy przełączające, z których zbudowany jest układ przełączający, łączą lub przerywają przepływ energii w obwodzie, np.: przekaźniki i przełączniki elektryczne załączają przepływ energii elektrycznej, rozdzielacze pneumatyczne zmieniają kierunek przepływu sprężonego powietrza, natomiast rozdzielacze hydrauliczne sterują kierunkiem przepływu płynu hydraulicznego.

Funkcja przełączająca $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ to takie odwzorowanie, które dla kombinacji argumentów $x_1, x_2, \ldots, x_n$ przyjmujących wartości *„0”* lub *„1”* przyporządkowuje rozwiązanie ze zbioru *{0, 1}*.

Zupełna normalna postać alternatywna (postać kanoniczna alternatywna) funkcji przełączającej - suma tych składników jedynki (konstytuant jedynki = koniunkcji elementarnych zupełnych), dla których funkcje f_i mają wartości 1., tzn. które są równe *„1”* dla tych samych kombinacji wartości argumentów co zadana funkcja.

Postać ogólną wyraża poniższa zależność:

$$F = \sum_{i=0}^{2^{n-1}} m_i \cdot f_i$$

gdzie: Σ –suma logiczna (iloczynów);
f_i – iloczyn argumentów;
n – liczba argumentów;
m_i – konstytuanty jedynki.

Zupełna normalna postać iloczynu (postać kanoniczna koniunkcyjna) funkcji przełączającej - suma tych czynników zera (konstytuant zera), które są równe *„0”* dla tych samych kombinacji wartości argumentów co zadana funkcja. Postać ogólną wyraża zależność:

$$F' = \prod_{i=0}^{2^{n-1}} (M_i + f_i)$$

gdzie: Π –iloczyn logiczny (sum);
f_i – suma argumentów;
n – liczba argumentów;
M_i – konstytuanty zera.

Faktoryzacja (minimalizacja) ma na celu uzyskanie najmniejszej złożoności układu. Realizuje się to poprzez rezygnację z postaci normalnej funkcji i zastąpienie jej postacią po minimalizacji.

2.2 Podstawowe funkcje przełączające

Funkcja przełączająca $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ n – zmiennych to odwzorowanie:

$$f : D \to \{0,1\}^n$$

gdzie: $D \subset \{0,1\}^n$ – uporządkowana piątka *({0, 1}, 0, 1, •, +)* jest algebrą Boole'a

Jeśli $D^n = \{0, 1\}^n$ to funkcję przełączającą nazywamy ***zupełną lub w pełni określoną***. W przypadku, gdy istnieją kombinacje argumentów, dla których funkcja nie jest określona, tzn. może przyjąć wartość *„0”* lub *„1”* (oznacza się symbolem ∅), to nazywamy ją ***niezupełną***.

Algebra Boole'a jest systemem umożliwiającym opis układów przełączających. W notacji formalnej algebrę Boole'a zapisujemy jako uporządkowaną piątkę *A=(X, 0, 1, •, +)*, gdzie:

$X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ – zbiór argumentów przyjmujących wartości 0 lub 1;
0 – element neutralny operacji sumy logicznej;
1 – element neutralny operacji koniunkcji (iloczynu);
• – symbol operacji koniunkcji;
+ – symbol operacji sumy logicznej.

Po dokonaniu założeń:

$$\forall x_i \in X \quad dla \quad i = 1, \ldots, n$$
$$\forall x_i \in X \; \exists \, \overline{x}_i \in X \quad dla \quad i = 1, \ldots, n$$

gdzie: $\overline{x_i}$ - zanegowany argument x_i;

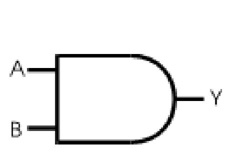
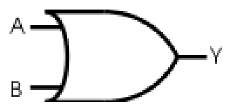
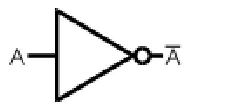
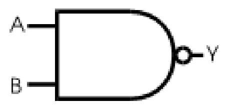
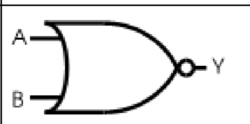
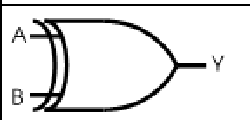
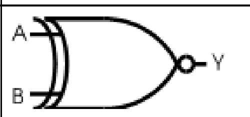
- spełnione są następujące aksjomaty algebry Boole'a:

Lp	suma logiczna	koniunkcja (iloczyn logiczny)	nazwa (opis)
0	$x_1+x_2 \in X$	$x_1 \bullet x_2 \in X$	
1	$\overline{0}=1$	$\overline{1}=0$	
2	$x_1+0 = x_1$	$x_1 \bullet 1 = x_1$	działania na elementach neutralnych
3	$x_1+1 = 1$	$x_1 \bullet 0 = 0$	
4	$x_1+ x_1 = x_1$	$x_1 \bullet x_1 = x_1$	prawa idempotentności
5	$x_1+x_2 = x_2+x_1$	$x_1 \bullet x_2 = x_2 \bullet x_1$	prawa przemienności
6	$x_1 \bullet (x_2+x_3) = x_1 \bullet x_2+x_1 \bullet x_3$	$x_1+x_2 \bullet x_3 = (x_1+x_2) \bullet (x_1+x_3)$	prawa rozdzielności
7	$x_1 +\bar{x}_1 = 1$	$x_1 \bullet \bar{x}_1 = 0$	prawa dopełnienia
8	$x_1+(x_2+x_3) = (x_1+x_2)+x_3$	$x_1 \bullet (x_2 \bullet x_3) = (x_1 \bullet x_2) \bullet x_3$	prawo łączności
9	$\bar{\bar{x}}_1 = x_1$		podwójna negacja
10	$\overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \bullet \bar{x}_2$	$\overline{x_1 \bullet x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$	prawa de Morgana
11	$x_1+ x_1 \bullet x_2 = x_1$	$x_1 \bullet (x_1+ x_2) = x_1$	prawa pochłaniania
12	$x_1 +\bar{x}_1 \bullet x_2 = x_1+x_2$	$x_1 \bullet (x_1 +\bar{x}_2) = x_1 \bullet x_2$	

Poniżej przytoczono kilka najważniejszych funkcji przełączających nazywanych funkcjami Boole'a:

$f(x_1) = x_1$	Zmienna x_1
$f(x_1) = \bar{x}_1$	Negacja zmiennej x_1
$f(x_1, x_2) = x_1 \bullet x_2$	Koniunkcja, iloczyn zmiennych x_1 i x_2 („i", „AND")S
$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$	Alternatywa, suma zmiennych x_1 i x_2 („lub", „OR")
$f(x_1, x_2) = \bar{x}_1 x_2 \bullet \bar{x}_2 x_1$	Suma modulo 2, różni symetryczna („albo", „XOR")
$f(x_1, x_2) = \bar{x}_1 \bullet \bar{x}_2$	Operacja Pierce'a („NOR")
$f(x_1, x_2) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$	Operacja Sheffer'a („NAND")

Poniżej przedstawiono w formie tabelarycznej najważniejsze funkcje logiczne w postaci symboli logiczny, wyrażeń algebraiczny i wartości tych funkcji dla kombinacji argumentów A, B:

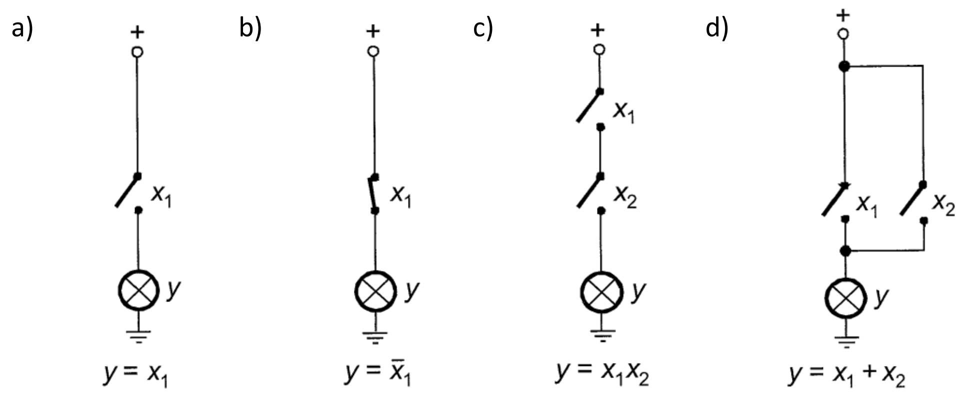
FUNKCJA LOGICZNA	SYMBOL LOGICZNY	WYRAŻENIE ALGEBRAICZNE	TRUTH TABLE		
			Inputs		Output
			A	B	Y
AND		$A \cdot B = Y$	0 0 1 1	0 1 0 1	0 0 0 1
OR		$A + B = Y$	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 1
NOT *(Inverter)*		$A = \overline{A}$	0 1		1 0
NAND		$\overline{A \cdot B} = Y$	0 0 1 1	0 1 0 1	1 1 1 0
NOR		$\overline{A + B} = Y$	0 0 1 1	0 1 0 1	1 0 0 0
XOR		$A \oplus B = Y$	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0
XNOR		$\overline{A \oplus B} = Y$	0 0 1 1	0 1 0 1	1 0 0 1

2.3 Realizacja funkcji przełączających

Do praktycznej realizacji układów przełączających używa się elementów różnych rodzajów. Poniżej zostaną omówione wykorzystywane w ćwiczeniu laboratoryjnym elektryczne elementy stykowe oraz elementy pneumatyczne.

2.3.1 Układy przełączające z elektrycznymi elementami stykowymi

W syntezie układów przełączających z elementami stykowymi wykorzystuje się przekaźniki, styczniki i łączniki.

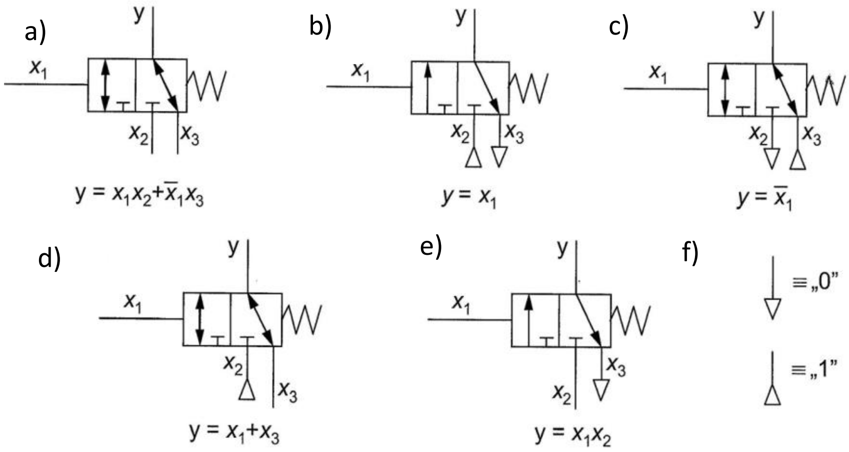


Rys.1. Realizacja funkcji przełączających z wykorzystaniem elementów stykowych

Sposób realizacji podstawowych funkcji logicznych przedstawiono na rys.1. Styk normalnie otwarty („NO”) przedstawiony na rys.1a odpowiada funkcji powtórzenia, natomiast styk normalnie zamknięty („NZ”) z rys.1b realizuje funkcję negacji. Przez połączenie szeregowe styków normalnie otwartych realizuje się funkcje iloczynu (koniunkcji), a przez ich połączenie równoległe – funkcje sumy, co przedstawiono na rys.1c i rys.1d.+

2.3.2 Układy przełączające z elementami pneumatycznymi

W układach przełączających z elementami płynowymi nośnikiem informacji jest sygnał pneumatyczny lub hydrauliczny. Ze względu na zasadę działania, elementy płynowe dzieli się na elementy strumieniowe i rozdzielcze. Sposób realizacji funkcji przełączającej z wykorzystaniem rozdzielacza trójdrogowego, dwupołożeniowego, przedstawiono na rys.2. Wykorzystując rozdzielacz tego typu, poprzez odpowiednie połączenie wejść, można zrealizować podstawowe funkcje logiczne.



Rys.2. Sposób realizacji funkcji logicznych z wykorzystaniem pneumatycznego rozdzielacza 3/2: a) postać ogólna, b) potwierdzenie, c) negacja, d) suma logiczna, e) iloczyn logiczny, f) objaśnienie symboli „1” – zasilanie; „0” – spust

2.4 Sposoby opisu układów kombinacyjnych

Istnieją liczne sposoby opisu układów kombinacyjnych. Na potrzeby realizacji ćwiczenia laboratoryjnego omówione zostaną trzy z nich: **opis słowny, tablica wartości funkcji** i **zależność matematyczna.** Opis słowny jest najczęstszą formą zadawania układów przełączających, który polega na przyporządkowaniu sygnałom wejściowym *X* sygnałów wyjściowych *Y*. Tablica wartości funkcji (zależności) w postaci ciągów zero-jedynkowych jest najprostszą formą opisu układu.

Zbiór wartości zmiennych wejściowych x_i w danej chwili zapisywany jest w postaci ciągu cyfr dwójkowych 0 lub 1. W kolumnie y zapisane są wartości sygnały wyjściowego y (0 lub 1) dla wszystkich możliwych kombinacji wartości sygnałów wejściowych.

Numeracja funkcji (kolumna „stan”) jest zgodna z wartościami odpowiednich liczb całkowitych wyrażonych w kodzie dwójkowym, np.: $f(0,1,0)=f_2$ $(0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0=2)$

stan	x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Często wykorzystywaną formą opisu układów przełączających jest zależność matematyczna. Zależność ta może mieć postać zupełną normalną (postać kanoniczną) lub uproszczoną. Wyróżnia się postać kanoniczną alternatywną oraz koniunkcyjną:

	postać kanoniczna	postać uproszczona
alternatywna	$y=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3+\bar{x}_1\bar{x}_2x_3+x_1\bar{x}_2x_3+x_1x_2x_3$	$y=\sum(0,1,5,7)_{x_1x_2x_3}$
koniunkcyjna	$y=(x_1+\bar{x}_2+x_3)(x_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3)(\bar{x}_1+x_2+x_3)(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3)$	$y=\prod(2,3,4,6)_{x_1x_2x_3}$

Wszystkie powyższe sposoby opisu dotyczą takiego samego układu kombinacyjnego

2.5 Minimalizacja funkcji przełączających

Celem minimalizacji funkcji przełączających jest zmniejszenie liczby elementów, a tym samym kosztów urządzenia. Dodatkowo mniejsza liczba połączeń i elementów zwiększa trwałość i niezawodność urządzenia. Istnieje wiele sposobów minimalizacji funkcji przełączających, na potrzeby ćwiczenia laboratoryjnego omówione zostaną trzy z nich:

1. metoda przekształceń formalnych;
2. minimalizacja z wykorzystaniem tablicy Karnaugha;
3. metoda Quine'a – McCluskeya;

Powyższe metody zostaną omówione dla funkcji przełączającej o postaci kanonicznej sumy:

$$y=\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}+\overline{x_1}x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4}+\overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3\overline{x_4}+\overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4}+\overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3x_4+\overline{x_1}x_2x_3x_4$$

2.5.1 Metoda przekształceń formalnych

Metoda przekształceń formalnych stosowana jest w przypadku, gdy funkcja dana jest w postaci wyrażenia algebraicznego. Wykorzystuje się wtedy aksjomaty i prawa algebry Boole'a.

Wyłączając $\overline{x_1}$ uzyskujemy postaci kanonicznej sumy otrzymujemy:

$$y=\overline{x_1}\left(\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}+x_2\overline{x_3}\,\overline{x_4}+\overline{x_2}x_3\overline{x_4}+x_2x_3\overline{x_4}+\overline{x_2}x_3x_4+x_2x_3x_4\right)$$

W kolejnym kroku wyłączając przed nawias $\left(\overline{x_2}+x_2\right)$ otrzymujemy

$$y=\overline{x_1}\left[\left(\overline{x_2}+x_2\right)\left(\overline{x_3}\,\overline{x_4}+x_3\overline{x_4}+x_3x_4\right)\right]$$

Korzystając z prawa dopełnienia $\left(x+\overline{x}=1\right)$ pomijamy człon $\left(\overline{x_2}+x_2\right)$, a następnie wyłączamy $\overline{x_4}$

$$y = \overline{x_1}\left[\left(\overline{x_3} + x_3\right)\overline{x_4} + x_3 x_4\right] \tag{1}$$

Ponownie korzystając z prawa dopełnienia, a następnie prawa działania na elementach neutralnych (x+1=1), otrzymujemy:

$$\overline{x_3} + x_3 = x_3 + 1 \tag{2}$$

Po podstawieniu zależności (2) do równania (1) otrzymujemy funkcję:

$$y = \overline{x_1}\left[\left(x_3 + 1\right)\overline{x_4} + x_3 x_4\right]$$

Przegrupowując wyrazy, otrzymujemy:

$$y = \overline{x_1}\left[\left(\overline{x_4} + x_4\right)x_3 + \overline{x_4}\right]$$

W celu wyznaczenia zminimalizowanej funkcji ponownie korzystamy z prawa dopełnienia $\overline{x_4} + x_4 = 1$, otrzymując końcową funkcję w postaci:

$$y = \overline{x_1}\left(x_3 + \overline{x_4}\right) = \overline{x_1}x_3 + \overline{x_1}\,\overline{x_4}$$

2.5.2 Metoda tablicy Karnaugha

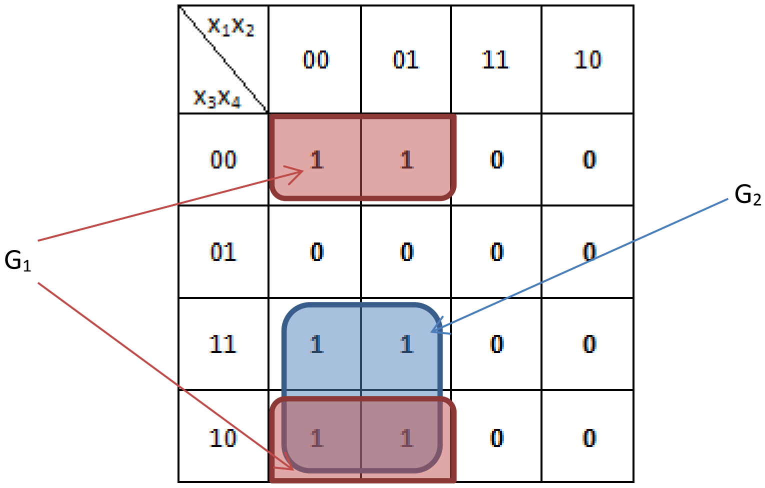
Metoda tablicy Karnaugha należy do grupy najszybszych metod minimalizacji funkcji przełączających małej liczby zmiennych co wynika z dużej komplikacji samego zapisu następującej wraz ze wzrostem ilości zmiennych. Upraszczając funkcję przełączającą przy wykorzystaniu tablicy Karnaugha, należy pamiętać o następujących zasadach:

1. wiersze i kolumny tablicy Karnaugha opisane są w kodzie Greya, tzn. każdy kolejny wiersz i kolumna różnią się od siebie o negację jednej zmiennej;
2. zakreślając jedynki (zera), tworzy się grupy o liczbie elementów 2^N, gdzie n ϵ **N** ;
3. zawsze zakreśla się grupy z największą możliwą ilością jedynek (zer), przy czym należy pamiętać o możliwości sklejenia ze sobą krawędzi równoległych tablicy;
4. grupy mogą posiadać części wspólne;
5. liczba grup jedynek (zer) odpowiada liczbie składników sumy (iloczynu) poszukiwanej funkcji;
6. w przypadku kiedy istnieje możliwość zakreślenia grup na kilka sposobów, arbitralnie wybiera się jeden z nich;
7. dana grupa reprezentuje iloczyn (sumę) tych zmiennych, które nie zmieniają swojej wartości;
8. w przypadku, gdy funkcja przełączająca posiada elementy o wartości nieokreślonej elementy te wpisujemy do tabeli, wprowadzając dla nich specjalne oznaczenie, np. – a następnie wykorzystujemy lub pomijamy, w zależności od potrzeby przy tworzeniu grup (patrz punkt 2).

Stosując zasadę **1** tworzymy tablice Karnaugha, wypełniając ją jedynkami dla elementów funkcji, a pozostałe pola uzupełniamy zerami:

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	**1**	**1**	**0**	**0**
01	**0**	**0**	**0**	**0**
11	**1**	**1**	**0**	**0**
10	**1**	**1**	**0**	**0**

W kolejnym kroku chcąc otrzymać postać dysjunkcyjną zminimalizowanej funkcji tworzymy dwie grupy zawierające po cztery elementy „1" (według zasad **2,3,4**) :



Postępując według wytycznych **5**, **6** i **7** odczytujemy zminimalizowaną postać funkcji przełączającej. W czteroelementowej grupie *G₁* wartości zmiennych $\overline{x_1}$ i $\overline{x_4}$ nie ulegają zmianie, ponieważ zakreślono grupę jedynek. Funkcja ta przyjmuje postać iloczynu $G_1 = \overline{x_1}x_4$. Dla grupy *G₂* niezmienne wartości przyjmują parametry $\overline{x_1}$ i x_3, więc grupa ta przyjmuje postać $G_2 = \overline{x_1}x_3$. Po zsumowaniu z grupą *G₁* otrzymamy ostatecznie poszukiwaną przez nas funkcję w postaci dysjunkcyjnej:

$$y = \overline{x_1}x_3 + \overline{x_1}\,\overline{x_4}$$

W celu wyznaczenia zminimalizowanej funkcji w postaci koniunkcyjnej należy zacząć od początku wypisywanie tablicy lub też skorzystać z tablicy wypisanej dla postaci dysjunkcyjnej, zakreślając w tym przypadku grupy zer:

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	**1**	**1**	0	0
01	0	0	0	0
11	**1**	**1**	0	0
10	**1**	**1**	0	0

G_1

G_2

Postępując według wytycznych **5, 6** i **7** otrzymujemy następujące grupy $G_1 = \overline{x}_1$ (ponieważ jedynym niezmiennym parametrem w grupie jest x_1 i przyjmuje on wartość jeden) oraz $G_1 = x_3\overline{x}_4$. Po pomnożeniu obu grup otrzymamy zminimalizowaną funkcję w postaci koniunkcyjnej:

$$y = \overline{x_1}\left(x_3 + \overline{x_4}\right)$$

2.5.3 Metoda Quine

Metoda Quine'a – McCluskeya jest zwykle stosowana w przypadku minimalizacji funkcji wielu zmiennych, ponieważ wraz ze wzrostem ich liczby wzrasta też jej efektywność w stosunku do pozostałych metod. W celu minimalizacji funkcji przełączającej tą metodą postępujemy w następujący sposób:

1. minimalizację rozpoczynamy od zapisania w kolejności rosnącej elementów funkcji przełączającej, dla których funkcja ta przyjmuje wartość jeden (zero);
2. w kolejnym kroku uporządkowujemy elementy poprzez zapisanie ich w grupach zawierających identyczne ilości jedynek (zer), przy czym każda kolejna grupa powinna zawierać więcej jedynek (zer) od poprzedniej;
3. w celu znalezienia implikantów prostych porównujemy każdy element w grupie z każdym elementem w grupie sąsiedniej zawierającej jedną jedynkę (zero) więcej;
4. jeżeli elementy różnią się miedzy sobą tylko jednym indeksem, zaznaczamy je oba, a w miejscu tego indeksu wstawiamy kreskę i przepisujemy nowo powstały element do następnej kolumny;
5. procedurę **4** powtarzamy z każdą nową kolumną aż do pozostania elementów niemożliwych do uproszczenia, gdzie elementy nieoznaczone stanowią poszukiwane implikanty proste;
6. tworzymy tabelę, w której w pierwszym wierszu wpisujemy kolejne elementy funkcji przełączającej, a w kolumnie implikanty proste;
7. jeżeli element funkcji spełnia implikant, to na ich przecięciu w tabeli wstawiamy *x*;
8. zminimalizowaną funkcję przełączającą tworzymy z implikantów prostych, które pokrywają wszystkie elementy zadanej funkcji przełączającej;
9. w przypadku gdy w funkcji występują elementy z wartością nieokreśloną wykorzystujemy je przy poszukiwaniu implikantów prostych, a pomijamy przy tworzeniu tabeli (patrz ***6***).

Zapisujemy elementy funkcji przełączającej, dla której przyjmuje ona wartość jeden w postaci binarnej (podpunkt **1**):

0	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	0000
2	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	0100
4	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	0010
6	$\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4$	0110
12	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$	0011
14	$\bar{x}_1x_2x_3x_4$	0111

Wpisane elementy sortujemy i zapisujemy w grupach (podpunkt **2**.):

0000

0100
0010

0110
0011

0111

Przeszukujemy grupy w celu znalezienia implikantów prostych (podpunkt **3** i **4**). Na przykład elementy „1” i „2” różnią się sobą tylko jednym indeksem – otrzymamy wtedy nowy wyraz w postaci „0-00”, który następnie zapisujemy do nowej kolumny, zaznaczając jednocześnie elementy „1” i „2”:

(1) 0000 x
(2) 0100 x
(3) 0010 x
(4) 0110 x
(5) 0011 x
(6) 0111 x

(1,2) 0-00
(1,3) 00-0
(2,4) 01-0
(3,4) 0-10
(3,5) 001-
(4,6) 011-
(5,6) 0-11

Procedurę **4** powtarzamy z nowo otrzymaną kolumną elementów, otrzymując:

(7) 0-00 x
(8) 00-0 x
(9) 01-0 x
(10) 0-10 x
(11) 001- x
(12) 011- x
(13) 0-11

(8,9) (7,10) 0--0
(11,12) 0-1-

Ponieważ w ostatniej kolumnie znajdują się już tylko implikanty proste, wypisujemy je łącznie z pozostałymi nie oznaczonymi elementami (np. element 13), otrzymując:

$$0\cdot 11 = \bar{x}_1x_3x_4$$
$$0\cdot 1\cdot = \bar{x}_1x_3$$
$$0\cdot\cdot 0 = \bar{x}_1\bar{x}_4$$

Po wyznaczeniu implikantów wypełniamy tabelę postępując według kroków **6, 7, 8**.

	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$	$\bar{x}_1x_2x_3x_4$
$\bar{x}_1x_3x_4$					X	X
$\bar{x}_1\bar{x}_4$	X	X	X	X		
$\bar{x}_1x_3$			X	X	X	X

Dla wybranych implikantów zminimalizowana funkcja przyjmuje postać końcową:

$$y = \bar{x}_1\left(x_3 + \bar{x}_4\right) = \bar{x}_1x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_4$$

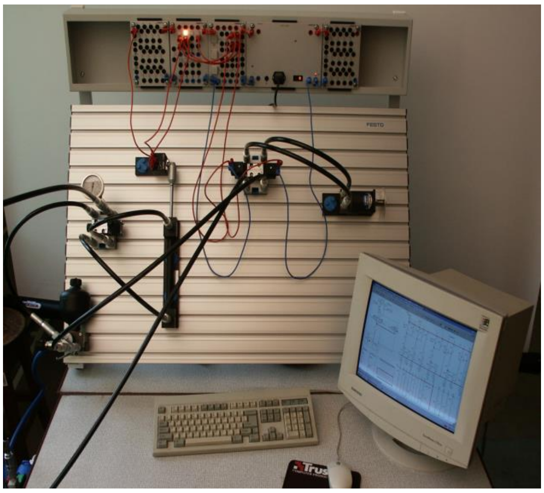
3 Przebieg ćwiczenia laboratoryjnego

3.1 Opis stanowiska laboratoryjnego

Ćwiczenie laboratoryjne będzie wykonywane na stanowisku laboratoryjnym firmy FESTO razem z elementami służącymi do budowania płynowych (pneumatycznych i hydraulicznych) układów sterowania. Widok takiego stanowiska wraz z wybranymi elementami pokazano na rys. 3.

Na stanowisku tym można wyróżnić:

- płytę montażową służącą do zamocowania elementów i podzespołów płynowych elementów sterowania;
- panel do mocowania zasilacza elektrycznego, paneli przekaźników, przycisków i lampek sygnalizacyjnych oraz innych paneli sterowania;
- zestaw elementów, układów sterowania oraz silników płynowych – wykaz elementów pneumatycznych wraz ze zdjęciami zawarty jest w załączniku do instrukcji laboratoryjnej;
- źródło zasilania



Rys. 3. Wygląd stanowiska laboratoryjnego

3.2 Modelowanie podstawowych funkcji logicznych za pomocą elektrycznych układów przełączających i pneumatycznych elementów sterowania

Dla danej funkcji przełączającej w postaci kanonicznej należy przeprowadzić następujące czynności:

1. Dokonać minimalizacji funkcji dowolną metodą.
2. Narysować schemat logiczny funkcji po uproszczeniu.
3. Opracować schemat funkcjonalny układu z zastosowaniem przycisków ręcznych oraz przekaźników.
4. Zamodelować na stanowisku laboratoryjnym schemat funkcjonalny układu opracowany w pkt.4 oraz sprawdzić zgodność działania układu z jego schematem ideowym.
5. Punkty 3 i 4 powtórzyć z wykorzystaniem pneumatycznych elementów sterowania.
6. Zrealizowane zadania w pkt. 1÷5 zanotować w protokole pomiarowym.
7. Uzupełnić protokół pomiarowy stanowiący załącznik 4 instrukcji

4 Sprawozdanie

Sprawozdaniem z ćwiczeń jest uzupełniony protokół stanowiący załącznik nr 4 do niniejszej instrukcji. Należy go uzupełnić podczas ćwiczenia i oddać na zakończenie zajęć.

5 Pytania sprawdzające przygotowanie do zajęć

1. Proszę zdefiniować pojęcia funkcji przełączającej i jej postaci kanonicznej sumy oraz iloczynu.
2. Proszę omówić sposoby opisu układów kombinacyjnych.
3. Proszę zminimalizować podaną funkcję przełączającą metodą przekształceń formalnych.
4. Proszę zminimalizować podaną funkcję przełączającą wykorzystując metodę Quine'a – McCluskeya
5. Proszę zminimalizować podaną funkcję przełączającą wykorzystując metodę tablicy Karnaugha
6. Proszę narysować schemat funkcji przełączającej z wykorzystaniem symboli logicznych.
7. Proszę narysować schemat funkcji przełączającej z wykorzystaniem elementów stykowych.
8. Proszę narysować schemat funkcji przełączającej z wykorzystaniem elementów pneumatycznych

6 Przykładowe funkcje przełączające

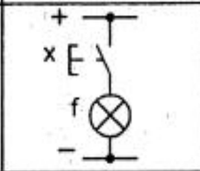
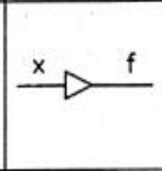
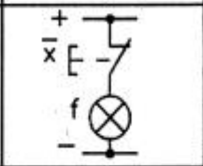
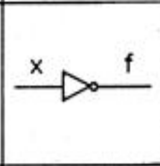
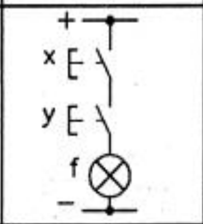
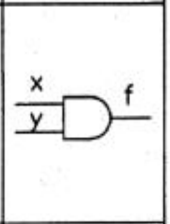
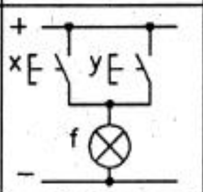
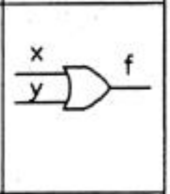
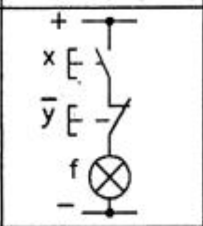
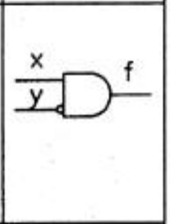
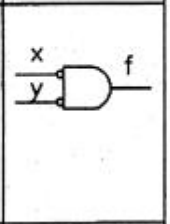
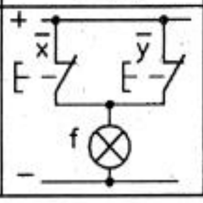
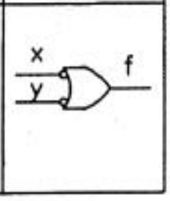
1. $y = \sum(1,3,9,11)_{x_1x_2x_3x_4}$
2. $y = \sum(0,2,8,10)_{x_1x_2x_3x_4}$
3. $y = \sum(0,1,8,9)_{x_1x_2x_3x_4}$
4. $y = \sum(4,6,12,14)_{x_1x_2x_3x_4}$
5. $y = \sum(1,3,5,7,9,11)_{x_1x_2x_3x_4}$
6. $y = \sum(0,2,3,4,6,7)_{x_1x_2x_3x_4}$
7. $y = \sum(2,5,7,10,13,15)_{x_1x_2x_3x_4}$
8. $y = \sum(8,9,10,11,13,15)_{x_1x_2x_3x_4}$
9. $y = \sum(1,2,3,10,11)_{x_1x_2x_3x_4}$
10. $y = \sum(2,4,6,12,14)_{x_1x_2x_3x_4}$
11. $y = \sum(1,3,8,9,11)_{x_1x_2x_3x_4}$
12. $y = \sum(0,2,4,6,12)_{x_1x_2x_3x_4}$
13. $y = \prod(0,2,4,6)_{x_1x_2x_3x_4}$
14. $y = \prod(8,9,10,11)_{x_1x_2x_3x_4}$
15. $y = \prod(0,4,10,14)_{x_1x_2x_3x_4}$
16. $y = \prod(1,3,5,7,13,15)_{x_1x_2x_3x_4}$
17. $y = \prod(10,11,12,13,14,15)_{x_1x_2x_3x_4}$
18. $y = \prod(4,5,6,7,12,14)_{x_1x_2x_3x_4}$

7 Literatura

1. Janusz KOWAL „Podstawy automatyki T1", Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków 2004, Sygnatura: 60378

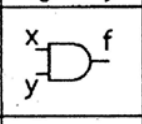
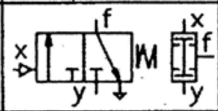
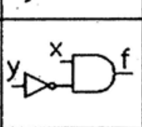
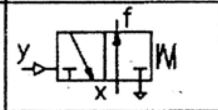
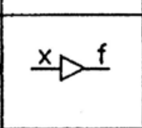
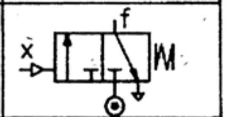
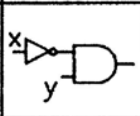
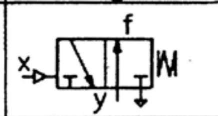
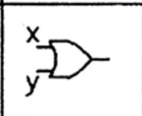
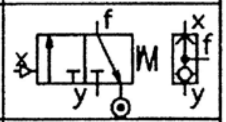
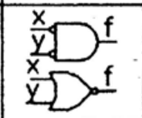
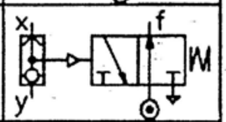
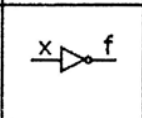
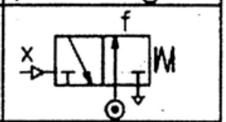
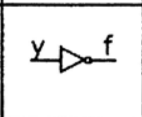
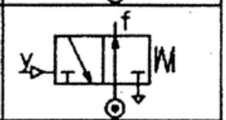
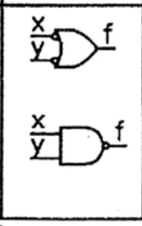
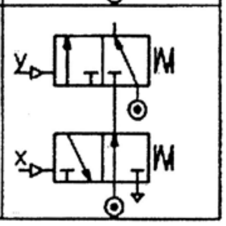
Załącznik nr 1.

Podstawowe funkcje logiczne realizowane przez elektryczne elementy przełączające

Nazwa funkcji	Schemat	Tablica	Symbol
tożsamość $f = x$		x f 0 0 1 1	
negacja $f = \bar{x}$		x f 0 1 1 0	
koniuncja (I) $f = xy$		x y f 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1	
alternatywa (LUB) $f = x+y$		x y f 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1	
zakaz $f = x\bar{y}$ zakaz przez y		x y f 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0	
NOR (NIE–LUB) $f = \bar{x}\bar{y}$ negacja alternatywy (funkcja Peirce'a)		x y f 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0	
NAND (NIE–I) $f = \bar{x}+\bar{y}$ negacja koniunkcji (funkcja Sheffera)		x y f 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0	

Załącznik nr 2.

Funkcje logiczne realizowane przez zawory pneumatyczne

f(x,y) x / y	0 / 0	0 / 1	1 / 0	1 / 1	oznaczenie	nazwa	symbol logiczny	realizacja
$f_1(x,y)$	0	0	0	1	xy	koniunkcja		
$f_2(x,y)$	0	0	1	0	$x\bar{y}$	zakaz przez y		
$f_3(x,y)$	0	0	1	1	x	powtórzenie		
$f_4(x,y)$	0	1	0	0	$\bar{x}y$	zakaz przez x		
$f_7(x,y)$	0	1	1	1	$x+y$	alternatywa		
$f_8(x,y)$	1	0	0	1	$\bar{x}\bar{y}$ $\overline{x+y}$	funkcja Pierce'a NOR		
$f_{10}(x,y)$	1	0	1	0	$\bar{x}$	negacja x		
$f_{12}(x,y)$	1	1	0	0	$\bar{y}$	negacja y		
$f_{14}(x,y)$	1	1	1	1	$\bar{x}+\bar{y}$ $\overline{xy}$	funkcja Sheffera NAND		

Załącznik nr 3.

Przykładowe rozwiązanie zadania

1. Zadana funkcja:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3$$

2. Minimalizacja zadanej funkcji metodą przekształceń formalnych:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 = \bar{x}_1 x_2 (\bar{x}_3 + x_3) + x_1 \bar{x}_2 (x_3 + \bar{x}_3) =$$
$$= \bar{x}_1 x_2 \cdot 1 + x_1 \bar{x}_2 \cdot 1 = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2$$

Funkcja po minimalizacji: $f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2$

3. Minimalizacja zadanej funkcji z wykorzystaniem tablicy Karnaugha:

X_3 \ X_1X_2	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	1	0	1

gr.1 gr.2

gr.1 :

x1	x2	x3
0	1	0
0	1	1
$\bar{x}_1$	x_2	-

gr.2 :

x1	x2	x3
1	0	0
1	0	1
x_1	$\bar{x}_2$	-

Funkcja po minimalizacji: $f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2$

4. Minimalizacja zadanej funkcji metodą *Quine'a – McCluskeya.*

2	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$	010
3	$\bar{x}_1 x_2 x_3$	011
4	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$	100
5	$x_1 \bar{x}_2 x_3$	101

010
<u>100</u>
011
101

(1) 010
(2) 100
(3) 011
(4) 101

(1 i 3) 01-
(2 i 4) 10-

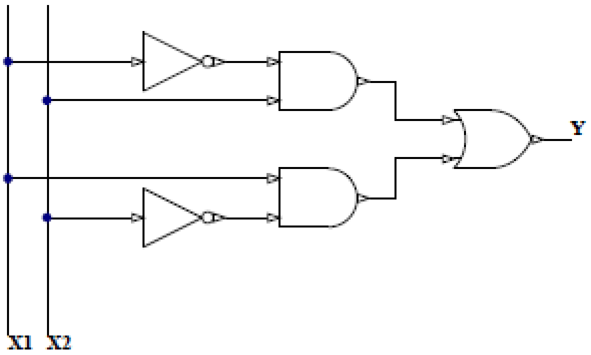
01- = $\bar{x}_1 x_2$

10- = $x_1 \bar{x}_2$

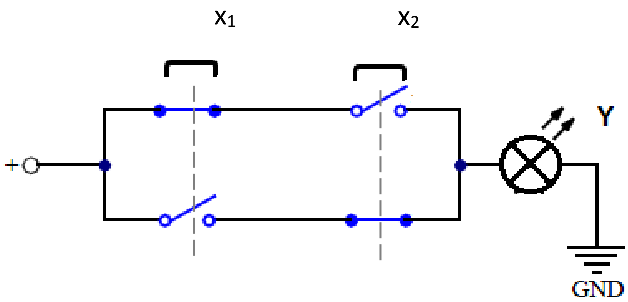
	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$	$\bar{x}_1 x_2 x_3$	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$	$x_1 \bar{x}_2 x_3$
$\bar{x}_1 x_2$	X	X		
$x_1 \bar{x}_2$			X	X

Funkcja po minimalizacji: $f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2$

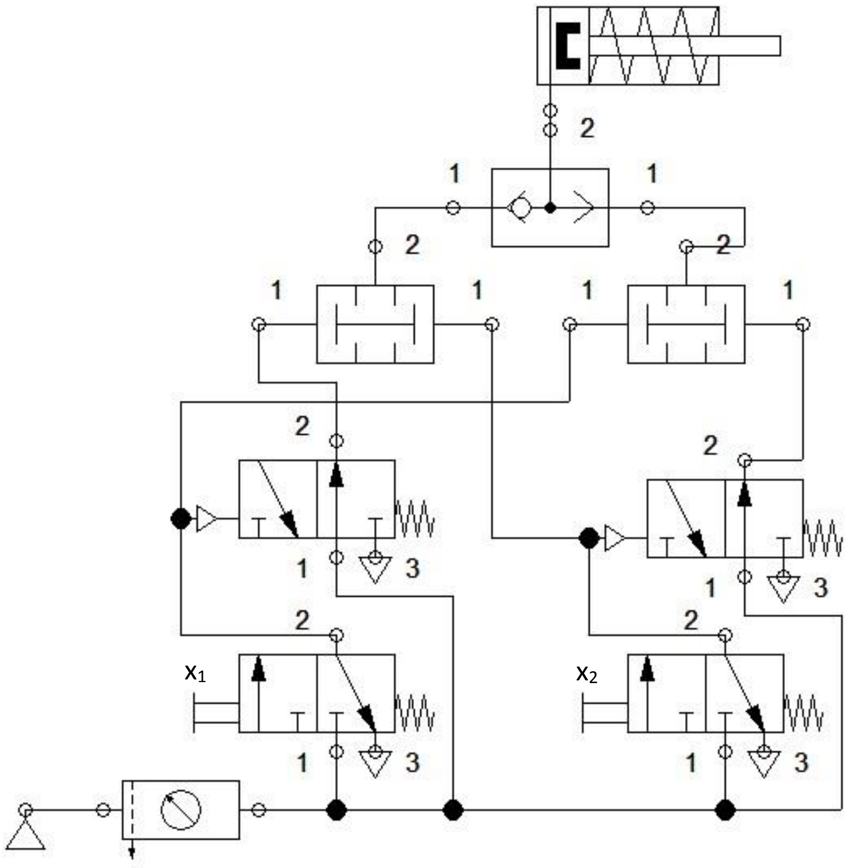
5. Schemat logiczny układu po minimalizacji:



6. Schemat funkcjonalny układu z wykorzystaniem elementów elektrycznych po minimalizacji:



7. Schemat funkcjonalny układu z wykorzystaniem elementów pneumatycznych (po zminimalizowaniu funkcji):



Załącznik 4

Przedmiot:

Podstawy automatyki i automatyzacji

Temat ćwiczenia laboratoryjnego:

Modelowanie kombinacyjnych układów przełączających z wykorzystaniem elementów pneumatycznych i elektrycznych

Nazwa grupy szkoleniowej:

………………………………………………………………………………

Imię i nazwisko osoby wykonującej ćwiczenie:

………………………………………………………………………………

Data wykonania ćwiczenia:

………………………………………………………………………………

Imię i nazwisko prowadzącego ćwiczenie:

dr inż. Tomasz Grzegorczyk

Zaliczenie wejściówki:

Tabela oceny wykonania ćwiczenia:

Lp..	Zadanie	Zrealizowano	
		Tak	Nie
1.	Wypełniony protokół		
2.	Zamodelowanie funkcji z elementów elektrycznych		
3.	Zamodelowanie funkcji z elementów pneumatycznych		
	Ocena		

1. Przygotowanie funkcji logicznej do zamodelowania na stanowisku.

1.1. Dana jest następująca funkcja przełączająca w postaci kanonicznej, opisująca działanie układu sterowania:

f(A,B,C,D) =

1.2. Tablica wartości funkcji:

Lp.	A	B	C	D	Y
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

1.3. Posługując się metodą tablicy Karnaugha zminimalizować funkcję:

AB CD				

1.4. Posługując się podstawowymi prawami algebry Bool'a przekształcić funkcję do możliwie najprostszej postaci.

1.5. Posługując się metodą Quine'a – McCluskey'a zminimalizować funkcję:

1.6. Narysować schemat logiczny funkcji po uproszczeniu:

2. Modelowanie podstawowych funkcji logicznych za pomocą elektrycznych układów przełączających:

Opracować schemat funkcjonalny układu z zastosowaniem przycisków ręcznych i/lub przekaźników i zamodelować go na stanowisku laboratoryjnym:

3. Modelowanie podstawowych funkcji logicznych za pomocą pneumatycznych układów przełączających

Opracować schemat funkcjonalny układu z elementów pneumatycznych i zamodelować go na stanowisku laboratoryjnym: