

Zakład Aerodynamiki i Termodynamiki
Instytut Techniki Lotniczej, Wydział Mechatroniki

Wojskowa Akademia Techniczna

Prawa autorskie: Andrzej J. Panas

**Pomiar dyfuzyjności cieplnej w warunkach
uporządkowanej wymiany ciepła**

Andrzej J. Panas

Warszawa, 2006 r.

Pomiar dyfuzyjności cieplnej w warunkach uporządkowanej wymiany ciepła

Andrzej J. Panas

Cel ćwiczenia

- Przedstawienie interpretacji fizycznej dyfuzyjności cieplnej jako współczynnika wyrównywania temperatury w zjawiskach przewodzenia ciepła.
- Zapoznanie z możliwością wykorzystania szczególnych warunków wymiany ciepła – w danym przypadku zjawisk towarzyszących tzw. uporządkowanej wymianie ciepła - do określania właściwości cieplno-fizycznych (termofizycznych) substancji.
- Ilustracja zależności dyfuzyjności cieplnej ze stałymi czasowymi sygnałów termicznych oraz jej związków z pozostałymi właściwościami cieplno-fizycznymi substancji, w tym przede wszystkim przewodnością cieplną.
- Przedstawienie przykładowego sposobu kompensacji niekorzystnych metrologicznie zjawisk złożonej wymiany ciepła w badaniach właściwości termofizycznych.

1. Dyfuzyjność cieplna

Dyfuzyjność cieplna, zwana również współczynnikiem wyrównywania temperatury [5, 8, 9] lub, w bezpośrednim nawiązaniu do angielskojęzycznego terminu *thermal diffusivity* [4], dyfuzyjnością termiczną jest jednym z podstawowych parametrów cieplno-fizycznych. Podstawę zdefiniowania dyfuzyjności cieplnej stanowi równanie różniczkowe nieustalonego przewodnictwa ciepła dla ciała izotropowego. Jest to cytowane w poprzednim rozdziale równanie Fouriera-Kirchoffa, które w kartezjańskim układzie współrzędnych przyjmuje postać

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial \lambda}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{q_V}{\rho c_p} \quad (1)$$

gdzie ρ jest gęstością, c_p – ciepłem właściwym przy stałym ciśnieniu, T – temperaturą, τ – czasem, V – objętością, λ - przewodnością cieplną, q_V – wydajnością objętościową wewnętrznego źródła ciepła, x, y, z – współrzędnymi przestrzennymi, natomiast

$$a \equiv \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (2)$$

jest dyfuzyjnością cieplną. Jak z powyższego wynika, nawet przy ograniczeniu się do przypadku ośrodka izotropowego, bezpośrednia interpretacja fizyczna dyfuzyjności cieplnej ogranicza się do proporcji

parametrów przedstawionej definicyjną zależnością (2). Przy założeniu jednak niezależności przewodności cieplnej od temperatury

$$\frac{\partial \lambda}{\partial T} = 0 \quad (3)$$

i braku wewnętrznych źródeł ciepła

$$q_V = 0 \quad (4)$$

równanie (1) przyjmuje postać równania różniczkowego Fouriera [2, 10]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T \quad (5)$$

Równanie Fouriera nadaje dyfuzyjności cieplnej sens fizyczny parametru charakteryzującego kinetykę procesów wymiany ciepła na drodze przewodzenia, czyli po prostu zdolność substancji do wyrównywania temperatury w procesach przewodzenia ciepła. Bezpośrednio powyższa interpretacja dotyczy tylko przypadku ujętego ograniczeniami (3) i (4).

Pojęcie dyfuzyjności cieplnej można wprowadzić również dla ciał ortotropowych, w których przewodzenie ciepła jest charakteryzowane tensorem przewodności cieplnej λ_{ij} o trzech składowych. Narzuca się jednak przy tym na ogół ograniczenie

$$\frac{\partial \lambda_{ij}}{\partial T} = 0 \quad (6)$$

komplementarne z warunkiem (3), by w rezultacie otrzymać zależność

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_{ij} \nabla^2 T \quad (7)$$

gdzie

$$a_{ij} \equiv \frac{\lambda_{ij}}{\rho c_p} \quad (8)$$

W przypadku ciał ortotropowych uzyskanie rozwiązań analitycznych problemu przewodzenia ciepła jest jednak dużo trudniejsze niż dla ośrodka izotropowego. Z drugiej strony tylko rozwiązanie analityczne może stanowić podstawę opracowania ogólnej metody badań dyfuzyjności cieplnej.

2. Badania doświadczalne dyfuzyjności cieplnej

Równanie Fouriera (5) odgrywa kluczową rolę przy bezpośrednim wyznaczaniu dyfuzyjności cieplnej. Znakomita większość metod doświadczalnych tego typu wykorzystuje rozwiązania problemów opisanych równaniem (5) i dodatkowo sformułowanymi warunkami granicznymi

(brzegowymi i początkowymi) [2÷4, 6, 8]. Różnice, w aspekcie metodologicznym, ograniczają się w zasadzie do rodzaju przyjętych w modelu warunków granicznych, ewentualnych uproszczeń otrzymanych rozwiązań, oraz do sposobu realizacji założeń modelu w rzeczywistym eksperymencie. Na podkreślenie zasługuje fakt, że w odniesieniu do geometrii modelu równanie Fouriera (5) ma charakter ogólny – w zależności od sposobu zapisu laplasjanu $\nabla^2 = \Delta$ może być zastosowane nie tylko w układzie kartezjańskim, ale także i walcowym oraz sferycznym (por. [10], str. 27).

Alternatywę dla metod bezpośrednich stanowią metody pośrednie. W tym przypadku w badaniach doświadczalnych wyznaczone są gęstość, ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu oraz przewodność cieplna. Dyfuzyjność cieplną wylicza się korzystając z zależności (2). W rozszerzonej interpretacji dyfuzyjności cieplnej uwzględnia się przy tym zmienność poszczególnych właściwości cieplnych wraz z temperaturą:

$$a(T) = \frac{\lambda(T)}{\rho(T)c_p(T)} \Leftrightarrow \lambda(T) = \rho(T)a(T)c_p(T) \quad (9)$$

Problem zmienności parametrów termofizycznych wraz z temperaturą i wpływu tej zmienności na wyniki przeliczeń charakterystyk termicznych według zależności (9) mieści się w szerszej klasie zagadnień rozdzielczości termicznej pomiarów właściwości cieplnych [5]. Dokładne omówienie tych zagadnień wykracza poza ramy niniejszego opracowania. W zwięzłym komentarzu należy jedynie stwierdzić, że na ogół największą zmiennością względną charakteryzują się ciepło właściwe, przewodność cieplna i dyfuzyjność cieplna. Zmiany tych właściwości należy uwzględniać już w przypadku gdy zmiany temperatury przekraczają kilkanaście kelwinów przy temperaturze pokojowej. Zmiany gęstości stają się istotne przy różnicach temperatury rzędu kilkuset kelwinów.

Ponieważ metoda badań dyfuzyjności cieplnej w warunkach uporządkowanej wymiany ciepła, zwana również metodą monotonicznego wymuszenia cieplnego (por. [11]), należy do metod bezpośrednich, na nich zostanie skupiona uwaga w dalszej części. W uzupełnieniu charakterystyki obu sposobów można jedynie dodać, że podstawową wadą metod pośrednich jest przenoszenie się błędu pomiaru każdej wielkości składowej na niedokładność określenia obliczanej dyfuzyjności. Ponadto należy pamiętać o konieczności korelacji metod wyznaczania gęstości, ciepła właściwego i przewodności cieplnej tak, by dyfuzyjność wyznaczona na podstawie wyrażenia (9) nie utraciła swojego charakteru właściwości chwilowej. Chodzi przede wszystkim o zachowanie odpowiedniej rozdzielczości termicznej (temperaturowej) pomiaru (por. np. [5]).

Metody bezpośrednie w większości pozbawione są wyżej wymienionych wad. Eksperymenty, w odróżnieniu od czasochłonnych pomiarów przewodności cieplnej, nie trwają zbyt długo. W większości przypadków istnieje możliwość wykonania pomiaru na bardzo małych próbkach, o wymiarach rzędu pojedynczych milimetrów, i możliwość uzyskania dużej rozdzielczości. Wyznaczenie dyfuzyjności cieplnej na podstawie zarejestrowanych sygnałów wymaga jednak zastosowania dość złożonych, zarówno pod względem matematycznym jak i numerycznym, procedur opracowania danych. Ponieważ konieczne jest badanie sygnałów zmiennych w czasie, układy badawcze są stosunkowo drogie i skomplikowane.

Zastosowanie bezpośredniej metody pomiaru dyfuzyjności cieplnej wiąże się z koniecznością analizy zmiennego w czasie pola temperatury. Wynika to z charakteru zależności (5). Zatem oprócz problemu rejestracji sygnałów termicznych należy rozwiązać problem wymuszenia cieplnego. Ze względu na sposób realizacji wymuszenia cieplnego metody bezpośrednie można podzielić na [4]:

I. Metody stanów nieustalonych / przejściowych nieokresowych:

- impulsowe;
- monotoniczne;
- stanów przejściowych z innym od wyżej wymienionych wymuszeniem aperiodycznym (metody gorącego drutu, gorącego dysku / Hot Disk, źródła płaskiego, prostokątnego itd.).

II. Metody wymuszeń okresowych / periodycznych

- fale cieplne;
- wymuszenia periodyczne wiązką elektronów.

Do grupy I zalicza się między innymi metody impulsowe [3, 4, 9] oraz metody monotonicznego wymuszenia cieplnego [3, 11]. Druga grupa zawiera metody fal cieplnych i metody, w których źródłem wymuszenia jest modulowana amplitudowo wiązka elektronów. O ile w pierwszym przypadku podstawę wyróżnienia stanowi metodyka pomiarów, to w przypadku grupy II różnice zasadzają się przede wszystkim na różnicach w konstrukcji aparatury i związanym z tym różnym zakresem badań. Metoda fal cieplnych stosowana jest głównie w badaniach nisko i średniotemperaturowych, natomiast metoda bombardowania wiązką elektronów, podobnie jak metoda impulsowa, zdominowała pomiary wysokotemperaturowe.

Przedmiotem ćwiczenia jest pomiar dyfuzyjności cieplnej zmodyfikowaną metodą monotonicznego wymuszenia cieplnego z wymuszeniem skokowym (Heaviside'a). Metody monotonicznego wymuszenia cieplnego, czyli metody badań w warunkach uporządkowanej wymiany ciepła [10, 11] wyróżniają się stosunkowo prostą metodyką eksperymentu oraz prostym oprzyrządowaniem dla pomiarów wykonywanych

w niewysokich temperaturach¹. Niestety, wiąże się to ze zwiększeniem błędu pomiaru oraz ograniczeniem zakresu badanych materiałów do substancji raczej słabo przewodzących ciepło dla badań średniotemperaturowych². Błąd względny typowych pomiarów wynosi od 2% do nawet 12% przy typowej niedokładności 1,5% ÷ 5% dla pomiarów wykonanych w porównywalnych warunkach metodą impulsową, 1% ÷ 9% metodą fal cieplnych i 2% ÷ 10% metodą bombardowania elektronowego.

3. Uporządkowana wymiana ciepła w kontekście realizacji metody monotonicznego wymuszenia cieplnego

Podstawę teoretyczną metod monotonicznych stanowi teoria uporządkowanej wymiany ciepła sformułowana przez Kondratiewa [10]. W literaturze anglojęzycznej, w odniesieniu do tej teorii, zwykło się używać terminu *regular heating regime* ([4] str. 304 / [11]).

Teoria Kondratiewa stanowi wynik spostrzeżenia, że warunki początkowe mają wpływ na kształtowanie się pola temperatury i na zmiany temperatury tylko we wstępnym etapie procesu wyrównywania temperatury. Po okresie przejściowym pole temperatury i zmiany temperatury zależą tylko od właściwości badanego obiektu i warunków brzegowych, wśród których znajdują się również właściwości otoczenia. Przy regularnym charakterze zmian temperatury na brzegu rozpatrywanego obiektu analiza zmian temperatury wewnątrz obiektu pozwala na określenie poszczególnych parametrów termofizycznych, w tym dyfuzyjności cieplnej.

Matematyczne uzasadnienie dla teorii uporządkowanej wymiany ciepła zasadza się na analizie rozwiązań problemów niestacjonarnej wymiany ciepła. Przy wykorzystaniu teorii szeregów Fouriera typowe rozwiązanie analityczne o rozdzielonych zmiennych dla wymuszenia skokowego można przedstawić w postaci [2]

$$\theta(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \Phi_n(\xi, \mu_n) \exp\left[-\mu_n^2 \frac{a \tau}{l^2}\right] = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \Phi_n(\xi, \mu_n) \exp[-\mu_n^2 Fo] \quad (10)$$

gdzie $\theta(\xi, \tau)$ jest tzw. temperaturą bezwymiarową (znormalizowaną nadwyżką temperatury), czyli temperaturą odniesioną do np. danej temperatury charakterystycznej lub maksymalnych zmian temperatury

$$\theta(\xi, \tau) = \frac{T(\xi, \tau) - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \quad (11)$$

¹ Nie dotyczy to badań wysokotemperaturowych oraz badań wykonywanych w zakresie temperatur kriogenicznych.

² Przede wszystkim badania w zakresie typowego przedziału eksploatacyjnych temperatur otoczenia od kilkunastu / kilkudziesięciu stopni Celsjusza poniżej zera do kilkudziesięciu / kilkuset (sto, dwieście) powyżej zera.

T_{\max} i T_{\min} odpowiednio temperaturami maksymalną i minimalną, ξ jest zmienną przestrzenną związaną z wyróżnionym kierunkiem, l – wymiarem charakterystycznym obiektu w danym kierunku (np. grubością płyty, promieniem walca itd.), (A_n) – ciągiem stałych, (Φ_n) – ciągiem funkcji zależnych tylko od zmiennych przestrzennych, (μ_n) – rosnącym ciągiem liczb

$$\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 < \dots \quad (12)$$

będących rozwiązaniami równania charakterystycznego stowarzyszonego z danym problemem wymiany ciepła, natomiast Fo liczbą Fouriera

$$Fo = \frac{a \tau}{l^2} \quad (13)$$

Cechą szczególną szeregu funkcyjnego (10), wobec własności silnej monotoniczności szeregu liczbowego (12) i obecności wyrazów szeregu μ_n w wykładnikach kolejnych eksponent w potęgę 2, jest szybkie zmniejszanie się w miarę wzrostu czasu τ wpływu składowych wyższych rzędów. Dla czasu τ przekraczającego pewną określoną wartość rozwiązanie

$$\theta(\xi, \tau) = A_1 \Phi_1(\xi, \mu_1) \exp\left[-\mu_1^2 \frac{a \tau}{l^2}\right] + A_2 \Phi_2(\xi, \mu_2) \exp\left[-\mu_2^2 \frac{a \tau}{l^2}\right] + A_3 \Phi_3(\xi, \mu_3) \exp\left[-\mu_3^2 \frac{a \tau}{l^2}\right] + \dots \quad (14)$$

można zastąpić przybliżeniem pierwszego rzędu [10, 11]

$$\theta(\xi, \tau) \cong A_1 \Phi_1(\xi, \mu_1) \exp\left[-\mu_1^2 \frac{a \tau}{l^2}\right] = A_1 \Phi_1(\xi, \mu_1) \exp[-b \tau] \quad (15)$$

gdzie b jest tzw. tempem zmian temperatury (tempem nagrzewania / chłodzenia)

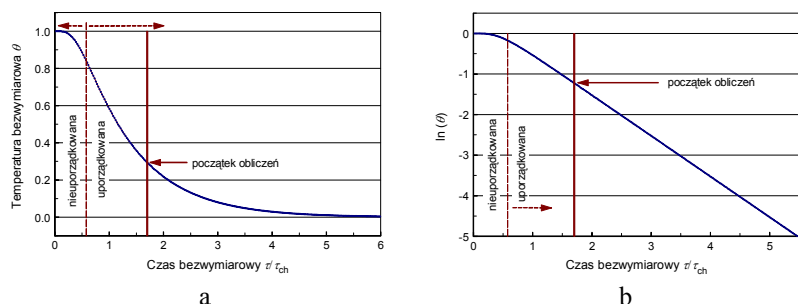
$$b = \mu_1^2 \frac{a}{l^2} = \frac{1}{\tau_{ch}} \Rightarrow a = \frac{l^2}{\mu_1^2} \tau_{ch} = \frac{l^2}{\mu_1^2} \frac{1}{b} \quad (16)$$

Tempo zmian temperatury jest odwrotnością arbitralnie wprowadzonego czasu charakterystycznego procesu wyrównywania temperatury τ_{ch} .

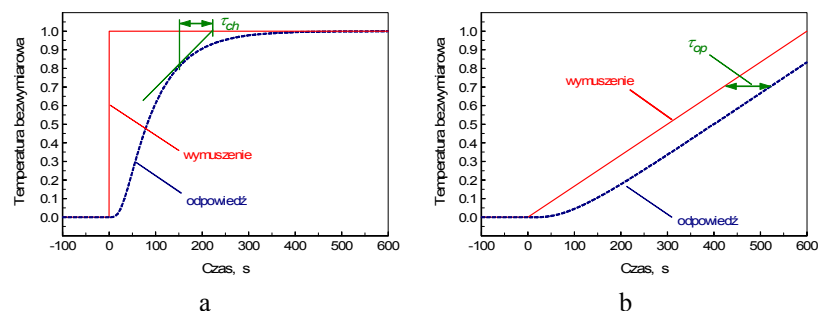
Przy uporządkowanej wymianie ciepła ($\tau > \tau_u$) przebieg znormalizowanej nadwyżki temperatury (14) przy wymuszeniu skokowym zbliża się zatem do przebiegu eksponencjalnego (15). W literaturze podawany jest następujący warunek reżimu uporządkowanej wymiany ciepła [11]

$$Fo > Fo_u = \frac{a \tau_u}{l^2} = 0,4 \quad (17)$$

Przykład zmian w czasie znormalizowanej nadwyżki temperatury przedstawiono na Rys. 1. Współczynnik b – tempo zmian temperatury – zawiera w sobie informację zarówno o właściwościach ciała, sprowadzonych w przypadku opisanym równaniem Fouriera do dyfuzyjności cieplnej, i warunkach brzegowych. Jego wyznaczenie nie stwarza większych trudności. Można to zrobić wykorzystując aproksymację przebiegu funkcją zawierającą człon eksponencjalny (Rys. 1.a) lub poprzez analizę zlogarytmowanego sygnału. W tym ostatnim przypadku określenie współczynnika b sprowadza się do wyznaczenia nachylenia liniowego odcinka pokrywającego się z punktami pomiarowymi obszaru uporządkowanej wymiany ciepła (Rys. 1.b; metoda często wykorzystywana przy graficznym opracowaniu sygnałów pomiarowych).



Rys. 1. Ilustracja znormalizowanej nadwyżki temperatury dla walca poddanego wymuszeniu polegającemu na skokowej zmianie temperatury powierzchni: a – zmiany temperatury w funkcji czasu bezwymiarowego, b – zlogarytmowany przebieg zmian temperatury



Rys. 2. Porównanie wymuszenia skokowego (a) i liniowego (b) w metodach monotonicznego nagrzewania/chłodzenia

4. Metoda monotonicznego wymuszenia cieplnego z wymuszeniem skokowym i metoda zmodyfikowana „dwóch płynów”

Monotoniczne wymuszenie cieplne można realizować na wiele sposobów. W typowych przypadkach stosuje się wspomniane już wyżej wymuszenie skokowe i wymuszenie liniowe [11] (por. Rys. 2). Możliwa jest realizacja wymuszenia monotonicznego innego typu, ale tylko przy dwóch wymienionych na początku modele matematyczne mieszczą się w klasie problemów omówionych w poprzednim rozdziale. Badania z wymuszeniem skokowym (Heaviside’a) charakteryzują się szczególnie prostą metodyką.

4.1. Metoda klasyczna wymuszenia skokowego

Przy temperaturach niewiele odbiegających od temperatury pokojowej „skokowe” pomiary dyfuzyjności wykonuje się w ten sposób, że badany obiekt, po ustabilizowaniu i wyrównaniu się jego temperatury, umieszcza się w płynie o innej temperaturze. Warunek początkowy przybiera zatem postać

$$T(\mathbf{r}, \tau)|_{\tau=0} = T(\mathbf{r}, 0) = T_0 \quad (18)$$

gdzie $\mathbf{r} = [x, y, z]$ jest wektorem wodzącym. Warunek brzegowy na powierzchni S jest natomiast warunkiem trzeciego rodzaju (prawo Newtona [11])

$$\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}|_S = -\frac{\alpha}{\lambda}(T|_S - T_p) \quad (19)$$

gdzie \mathbf{n} wyznacza miejscowo kierunek normalny do powierzchni S , α jest współczynnikiem przejmowania ciepła, a T_p temperaturą płynu. Tempo chłodzenia jest w tym przypadku zależne zarówno od dyfuzyjności cieplnej a jak i współczynnika przejmowania ciepła α , co wyraża się zależnością od liczb odpowiednio Fouriera (13) i Biota

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda} \quad (19)$$

Podczas doświadczenia rejestrowana jest zmiana temperatury wybranego punktu ciała. Po wyznaczeniu tempa zmian temperatury przy uporządkowanej wymianie ciepła b lub zamiennie stałej czasowej τ_{ch}

$$b = \frac{1}{\tau_{ch}} = f(fo, Bi) \quad (20)$$

można przystąpić do obliczenia dyfuzyjności cieplnej. Podstawę dalszej analizy stanowią rozwiązania problemów początkowo-brzegowych z równaniem Fouriera o rozwiązaniach w ogólnej postaci (10) lub (15) po uproszczeniu. Problemy formułuje się dla następujących geometrii modelu [6, 11]:

- I. Płaskiej nieskończonej płyty o grubości 2δ .
- II. Nieskończonego walca o promieniu R i średnicy $D = 2R$.
- III. Kuli o promieniu R i średnicy $D = 2R$.
- IV. Walca o promieniu R i długości $2l$.
- V. Prostopadłościanu o wymiarach $2l_1, 2l_2$ i $2l_3$.
- VI. Walca o R i długości $2l$ z materiału ortotropowego o dwóch różnych składowych tensora dyfuzyjności i osi zorientowanej prostopadle do płaszczyzny wyznaczonej przez kierunki główne o jednakowych wartościach dyfuzyjności.
- VII. Trzech prostopadłościanów materiału ortotropowego o krawędziach zgodnych z osiami głównymi tekstury materiału i proporcjach krawędzi odpowiednio 1:2:3, 1:2:2 oraz 1:1:2.

Rozwiązań natomiast poszukuje się dla wybranych, charakterystycznych punktów obiektu. Z reguły jest to punkt centralny, wyznaczony przecięciem osi symetrii analizowanego obiektu.

W badaniach klasycznych przy określaniu dyfuzyjności cieplnej stosuje się dwie metody postępowania:

- A. Wyznacza się rozwiązanie problemu dla skończonej liczby Biota, a następnie oblicza wartość tej liczby na podstawie znanych właściwości płynu i warunków eksperymentu (warunków konwekcyjnej wymiany ciepła na powierzchni analizowanego obiektu). Wprowadzenie obliczonej wartości do uzyskanego rozwiązania pozwala zredukować ilość niewiadomych w równaniu (20) do jednej. Tą niewiadomą jest liczba Fouriera Fo zawierająca dyfuzyjność cieplną.
- B. Zakłada się nieskończoną wartość liczby Biota i odpowiednio dostosowuje się do tego założenia warunki eksperymentu. Przy nieskończonej wartości Bi , co w praktyce oznacza spełnienie warunku

$$Bi > 100 \quad (21)$$

(por. [11] – spełnienie tego warunku gwarantuje zachowanie 2 %-ej dokładności pomiaru a), warunek brzegowy trzeciego rodzaju przekształca się asymptotycznie w warunek pierwszego rodzaju

$$T|_S = T_p \quad (22)$$

Wzory do przeliczenia tempa zmian temperatury (alternatywnie czasu charakterystycznego) na dyfuzyjność materiału badanego obiektu zawiera Tabela 1.

W praktyce badawczej wyznaczenie dokładnej wartości liczby Biota przy zastosowaniu metody A jest bardzo trudne. Trudne jest również zapewnienie warunków odpowiadających spełnieniu nierówności (21), a i to nie oznacza całkowitego wyeliminowania błędu związanego z oporami cieplnymi przejmowania ciepła na powierzchni badanej próbki

Tabela 1.

Geometria obiektu	Zależność
I. płyta płaska	$a = \frac{4l^2}{\pi^2} b$ gdzie: $ l $ – połowa grubości płyty
II. walec nieskończony	$a = \frac{R^2}{5,783} b$ gdzie: $ R $ – promień walca
III. kula	$a = \frac{R^2}{\pi^2} b$ gdzie: $ R $ – promień kuli
IV. walec skończony	$a = \frac{b}{\frac{5,783}{R^2} + \frac{\pi^2}{4l^2}}$ gdzie: $ l $ – połowa wysokości walca o promieniu $ R $
V. prostopadłościan	$a = \frac{b}{\frac{\pi^2}{4} \left(\frac{1}{l_1^2} + \frac{1}{l_2^2} + \frac{1}{l_3^2} \right)}$ gdzie: $ l_1, l_2, l_3 $ – połowy odpowiednich wymiarów krawędziowych
VII. prostopadłościan ortotropowy	$a_1 = 6,76 l^2 (27b_1 - 7b_2 - 5b_3) \cdot 10^{-3}$ $a_2 = 135,3 l^2 (b_3 - b_2) \cdot 10^{-3}$ $a_3 = 730,2 l^2 (b_2 - b_1) \cdot 10^{-3}$ <p>gdzie $2l$ jest długością najkrótszej krawędzi prostopadłościanów o proporcjach długości krawędzi 1:2:3, 1:2:2 i 1:1:2, natomiast $b_i, i = 1, 2, 3$ są tempami zmian temperatury wyznaczonymi w doświadczeniach wykonanych dla wymienionych próbek prostopadłościennych</p>

4.2. Modyfikacja metody z zastosowaniem kąpieli dwóch płynów

W procedurze zmodyfikowanej błędy wynikające ze skończonej wartości liczby Biota są korygowane [6]. Wykorzystuje się do tego celu wyniki dwóch doświadczeń wykonanych w warunkach konwekcyjnej wymiany ciepła przy różniących się wartościach współczynników przejmowania ciepła α_1 i α_2 tak, by spełniony był warunek różnej od jedności wartości następująco zdefiniowanego współczynnika proporcji:

$$1 \neq k = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad (23)$$

Mogą to być identyczne eksperymenty realizowane przy użyciu dwóch cieczy różniących się właściwościami fizycznymi [6, 7, 8]. Przy wyznaczaniu

dyfuzyjności cieplnej z odpowiednich wzorów (Tabela 1) wartości współczynnika b zastępuje się wartościami obliczonymi w oparciu o skorygowaną wartość czasu charakterystycznego z eksperymentów komplementarnych [5, 6]

$$\tau_{kor} = \frac{k \tau_1 - \tau_2}{k - 1} \quad (24)$$

$$b = \frac{1}{\tau_{kor}} \quad (25)$$

Czasy τ_1 i τ_2 są czasami charakterystycznymi wyrównywania temperatury po umieszczeniu w kąpeli odpowiednio płynu pierwszego i drugiego. Procedura korekcji odpowiada wprowadzeniu poprawki na skończoną wartość liczby Biota, czyli poprawki uwzględniającej opory cieplne zjawisk przejmowania ciepła. Wartości współczynnika proporcji dla przypadku gdy płynem 1 jest woda a płynem 2 etanol podano w Tabeli 2.

Tabela 2. Wartości współczynnika proporcji $k = \frac{\alpha_{woda}}{\alpha_{etanol}}$ dla identycznych prędkości wymuszonej konwekcji wody i etanolu jako cieczy roboczych (dane z opracowania [7])

Temperatura [°C]	Współczynnik proporcji
0 ^(a)	2,85
10	2,98
20	3,13
30	3,19
40	3,26
50	3,30

5. Układ pomiarowy i procedura badań

Optymalnym sposobem pomiaru z zastosowaniem zmodyfikowanej metody monotonicznego wymuszenia cieplnego jest naprzemienne wykonywanie doświadczeń z zanurzaniem badanej próbki w kąpielach dwóch różnych cieczy. Do wykonania badań dyfuzyjności niezbędne jest stworzenie możliwości:

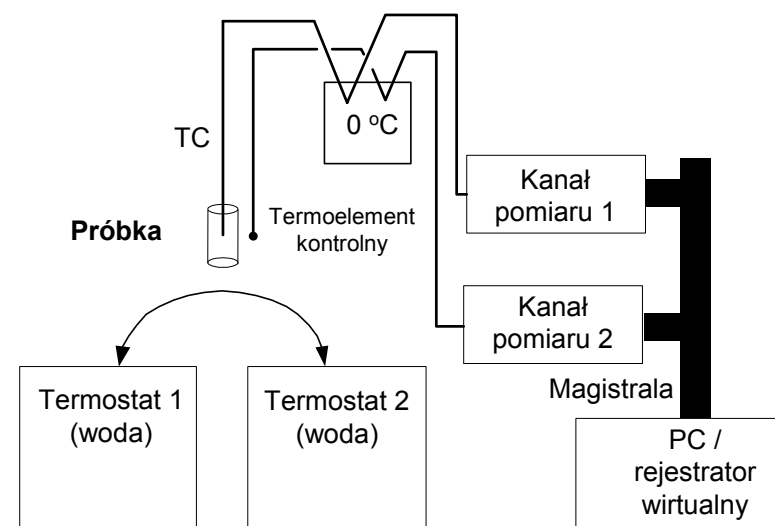
- umieszczania badanej próbki w środowiskach płynów o stałej temperaturze;

- pomiaru i rejestracji mierzonych wartości temperatury z odpowiednią dokładnością i częstością próbkowania.

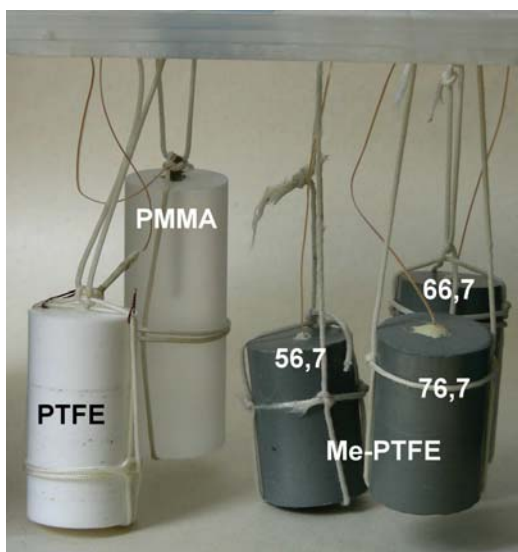
W tym celu zestawiono układ pomiarowy składający się z (Rys. 3):

- dwóch termostatów (niskotemperaturowe *ThermoHaake DC50 K35*, niskotemperaturowy *Lauda RL6CP* lub termostaty *UTU-2, UTU-4*);
- karty przetwarzania i akwizycji danych z pomiarów termoelektrycznych (dwunastokanałowa karta *NI 4350* terminala *TC 2190* z interfejsem systemu *USB*, sześciokanałowa karta *NI 4350* ze złączem *PCIMC*, bądź szesnastokanałowa karta *Keithley DAS TC*);
- komputera osobistego.

Badane próbki mogą mieć standardowo kształt walca (por. Rys. 4), kuli, płaskiej płyty lub prostopadłościanu. W przypadkach niestandardowych możliwe jest wykonanie pomiarów dla próbek o nieregularnym kształcie. Pomiar temperatury w ćwiczeniu wykonywany jest za pomocą termoelementów typu *K*. Do kontroli pracy układu pomiarowego można wykorzystać przyrządy wirtualne. Zmierzone przebiegi zmian temperatury są rejestrowane w pamięci komputera w plikach tekstowych.



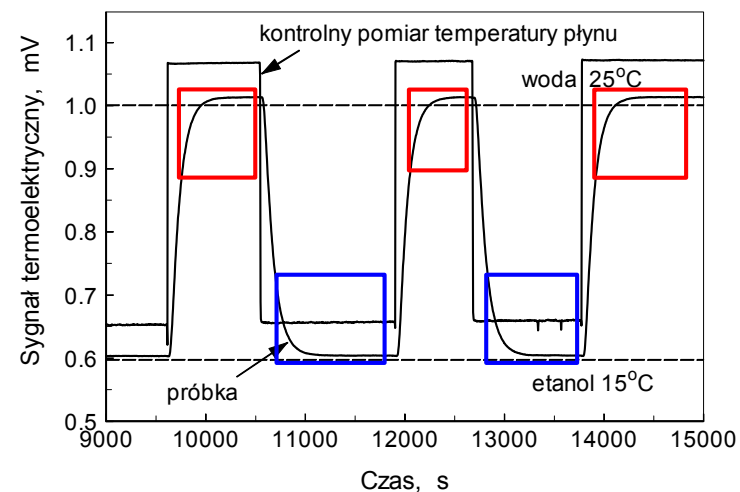
Rys. 3. Schemat przykładowego układu pomiarowego do badań dyfuzyjności cieplnej metodą „dwóch płynów”



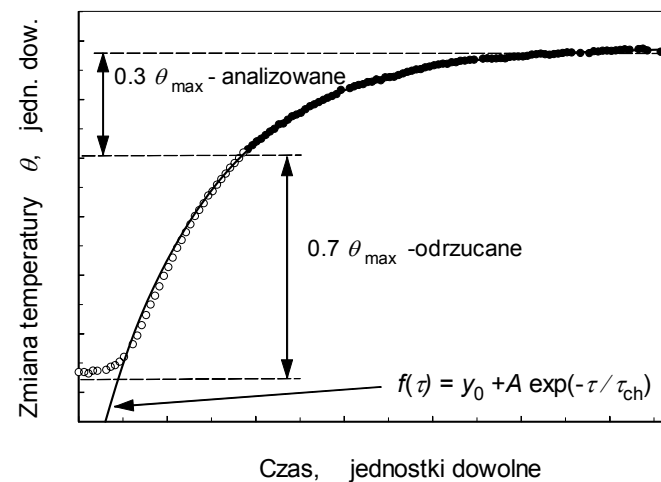
Rys. 4. Widok próbek podwieszonych do uchwytu i przygotowanych do badań zanurzeniowych



Rys. 5. Widok łaźni termostatów (ilustracja sposobu wykonywania badań)



Rys. 6. Przykład rejestracji sygnału z badań zanurzeniowych – prostokątami zaznaczono fragmenty sygnału wykorzystane do obliczenia czasów charakterystycznych procesu wyrównywania temperatury po zanurzeniach w wodzie (czerwony) i etanolu (niebieski)



Rys. 7. Ilustracja sposobu opracowania danych pomiarowych dla sygnału narastania temperatury

Jak już wcześniej sygnalizowano podczas badań próbkę (bądź próbki) umieszcza się w kąpielu płynu 1. Po ustabilizowaniu się temperatury jest ona przenoszona do kąpielu płynu 2 o innej temperaturze (Rys. 5). Procedurę stabilizacji i przenoszenia próbki można powtórzyć kilkakrotnie (Rys. 6), jakkolwiek do określenia dwóch komplementarnych czasów charakterystycznych wystarczą dwa zanurzenia. Do analizy „wycinany” jest fragment sygnału odpowiadający końcowym 30 procentom względnego spadku bądź wzrostu temperatury (por. Rys. 7). Dane poddaje się aproksymacji funkcją

$$f(\tau) = y_0 + A \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{ch}}\right) \quad (26)$$

Do wykonania obliczeń można wykorzystać dowolne programy opracowania danych. Należy jednak zaznaczyć, że warunkiem powodzenia procedury realizowanej numerycznie jest wstępne przeskalowanie czasu do początku w zerze (odjęcie od każdego wyrazu kolumny zawierającej czas wartości odpowiadającej wyrazowi pierwszemu). Po wyznaczeniu czasów charakterystycznych dla zanurzeń w wodzie i etanolu wyznaczany jest czas skorygowany (24), w następnej kolejności tempo zmian temperatury (25) oraz dyfuzyjność według zależności z Tabeli 1 odpowiadającej geometrii badanej próbki. Przy badaniach powtarzanych do obliczeń według wzoru (24) stosuje się czasy uśrednione.

6. Sposób wykonania ćwiczenia

Po podaniu zalecanych nastaw przyrządów przez prowadzącego ćwiczenie należy:

Przygotowanie badań

1. Przygotować dziennik badań.
2. Wykonać pomiary wymiarów badanej próbki (próbek).

Przygotowanie układu

3. Włączyć termostaty i ustawić podane wartości temperatury (zalecane: woda 20°C, etanol 10°C).
4. Dołączyć końcówki termoelementów pomiarowych (próbki i termoelementy kontrolne) do bloku rejestratora.
5. Włączyć komputer i uruchomić programy akwizycji danych.

Wykonanie pomiaru

6. Zanurzyć próbkę (próbki) w kąpielu 1 i odczekać do chwili wyrównania się temperatury próbki (na ogół nie dłużej niż 20 min.).

7. Przenieść próbkę do kąpielu 2 i odczekać do chwili wyrównania się jej temperatury.
8. Powtórzyć czynności dwa do pięciu razy.

Powtórzenie pomiaru w zmienionych warunkach

9. Po zamianie nastaw termostatów uzgodnionych z prowadzącym ćwiczenie powtórzyć badania.

Opracowanie wyników

10. Określić wartość czasu charakterystycznego dla każdego eksperymentu zanurzeniowego analizując fragmenty zapisu odpowiadające końcowym 30% wzrostu / spadku temperatury.
11. Obliczyć średnie wartości czasów charakterystycznych eksperymentów jednoimiennych (tzn. oddzielnie dla zanurzeń w wodzie i oddzielnie dla zanurzeń w etanolu).
12. Wyznaczyć czas skorygowany posługując się obliczonymi w pkt. 9 czasami, zależnością (24) i wartościami średnimi współczynnika proporcji z Tabeli 2.
13. Obliczyć tempo zmian temperatury ze wzoru (25) oraz wartość dyfuzyjności materiału badanej próbki przy wykorzystaniu zależności z Tabeli 1 adekwatnej do danego przypadku (kształtu próbki).

W przygotowanym sprawozdaniu należy przedstawić informacje dotyczące warunków wykonanych badań, wykresy obrazujące zarejestrowane sygnały pomiarowe, wyniki obliczeń czasów charakterystycznych, tempa zmian temperatury, dyfuzyjności cieplnej, ewentualnie przewodności cieplnej (w przypadku podania przez prowadzącego danych dotyczących pozostałych parametrów termofizycznych badanego materiału). Sprawozdanie należy uzupełnić diagramami ilustrującymi wyniki pomiarów dyfuzyjności oraz wynikami analizy błędów.

Literatura

- [1] Bejan A.: *Convective Heat Transfer*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1995
- [2] Carslaw H.S., Jaeger J.C.: *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, London 1950
- [3] Fodemski T. R. I inni: *Pomiary cieplne cz. I: Podstawowe pomiary cieplne*. WNT, Warszawa 2001
- [4] Maglič K. D., Cezairliyan A. and Peletsky V. E., eds.: *Compendium of Thermophysical Property Measurement Methods*. Plenum Press, New York 1984
- [5] Panas A. J.: *Wysokorozdzielcze termicznie badania rozszerzalności liniowej – dylatometryczna analiza termiczna*. WAT, Warszawa 1998

- [6] Panas A. J.: *Analiza błędów badań właściwości termofizycznych uwarunkowanych różnym charakterem dynamicznego wymuszenia cieplnego*. Sprawozdanie PBW 535/WAT/2002, WAT, Warszawa 2003
- [7] Panas A. J., Sypek J., Łopata T.: *Analiza możliwości wykorzystania zmodyfikowanej metody monotonicznego wymuszenia cieplnego w kompleksowych badaniach właściwości termofizycznych*. Sprawozdanie PBW 920/WAT/05, WAT, Warszawa 2006
- [8] Panas A. J., Sypek J.: *Validation of the Thermal Diffusivity From Modified Monotonic Heating Regime Procedure*. International Journal of Thermophysics, 2006
- [9] Terpiłowski J.: *Pomiar dyfuzyjności cieplnej metodą impulsową*. Rozdział 8 w *Termodynamika - Pomiary cieplne*, WAT, Warszawa 1994
- [10] Volokhov G. M., Kasperovich A. S.: *Monotonic Heating Regime Methods for the Measurement of Thermal Diffusivity*. in *Compendium of Thermophysical Property Measurement Methods*. Ed Maglič K.D., Cezairliyan A., Peletsky V.E. (Plenum Press, New York, 1984), str. 429-454
- [11] Wiśniewski T., Wiśniewski S.: *Wymiana ciepła*. PWN, Warszawa 2000

Tabela 1

	Czas charakt. w kolejnym pomiarze [s] – cykl I: woda ; etanol							Średnia τ_{Σ} [s]	Odchyl. średnkw. σ [s]
	1	2	3	4	5	6	7		
woda									
etanol									
	Czas charakt. w kolejnym pomiarze [s] – cykl I: woda ; etanol								
	1	2	3	4	5	6	7	τ_{Σ} [s]	σ [s]
woda									
etanol									

Tabela 2

T_{woda}	T_{etanol}	$\tau_{\Sigma \text{woda}}$ [s]	$\tau_{\Sigma \text{etanol}}$ [s]	$\tau_{\Sigma \text{kor}}$ [s]	$a_{\text{woda}}^{(1)}$ [m ² ·s ⁻¹]	$a_{\text{etanol}}^{(1)}$ [m ² ·s ⁻¹]	a [m ² ·s ⁻¹]

⁽¹⁾ Wartości policzone bezpośrednio z czasów charakterystycznych nieskorygowanych (z błędem skończonej liczby *Bi*)